

松 山 大 学 論 集
第 30 卷 第 3 号 抜 刷
2 0 1 8 年 8 月 発 行

人口減少と経済成長について

安 田 俊 一

人口減少と経済成長について*

安 田 俊 一

1 はじめに

「人口減少・高齢化社会」は日本の将来を展望する上でのもっとも重要な論点として、近年強調されるところである。

日本の年平均人口成長率自体は1970年代後半から急激に低下してきており、2010-2015年にはマイナスに転じ、国連の推計¹⁾によると2100年までマイナスで移行する(図1a)。人口成長率がマイナスであるということは人口の絶対数が減少し、“国全体が縮んでいく”ことがイメージされる。

こうした人口減少に対して、政府は2014年に経済財政諮問会議に「選択する未来」委員会を設置し、人口減少の課題を中心にして、持続的な成長のための課題整理と対応策の策定を行った。その報告書「選択する未来－人口推計から見えてくる未来像－」(2015年10月)は「人口と未来」をキーコンセプトとして設定し、人口問題に政府が正面から取り組んだものとして注目を集めたが、その中で50年程度先の日本の目標人口を「1億人」と設定した上で、それを実現するための各種の政策提言を行っている。

この中では人口減少の問題点として「経済規模の縮小」「基礎自治体の担い手の減少、東京圏の高齢化」「社会保障制度と財政の持続可能性」「理想の子ども数を持ってない社会」を挙げ、それぞれの問題点について対策を提言している。

人口減少・高齢社会化現象は、以前から重要なテーマとして問題の分析や

* 本稿は2016年度松山大学研究助成による成果である。

1) World Population Prospects: The 2017 Revision <https://esa.un.org/unpd/wpp/>, 中位推定

将来予測、対策の提言がさまざまになされてきているのであるが、とりわけ1990年の「1.57ショック」²⁾以降は日本の将来にかかわる重大な問題として広く認識され、原因・対策等に言及した数多くの文献が出版されている。さらに政府・自治体においては出生率をあげるための諸政策も行われている。

このテーマに関する論点は「少子化の原因」に向けられることが多く、経済分析としては「個人が子どもを持つ数の選択問題」として消費者選択理論を応用したものが有名である³⁾。

少子・高齢化が結果として経済にどのような影響をあたえるのかという論点は先の「選択する未来」報告書にあるように「経済規模の縮小」として捉えられることが一般的であるが、「経済的な豊かさ」として国民生活を捉えた場合、「経済規模の縮小＝経済的な生活水準の低下」と直結できるわけではない。後に取り上げるが、新古典派経済理論の典型的な結論である成長方程式を単純にみれば人口成長率の低下は、むしろ労働者の資本装備率を引き上げることを通して一人あたりGDPを引き上げることもあるのであって、マクロ的な影響は直線的に理解できるとは限らない。

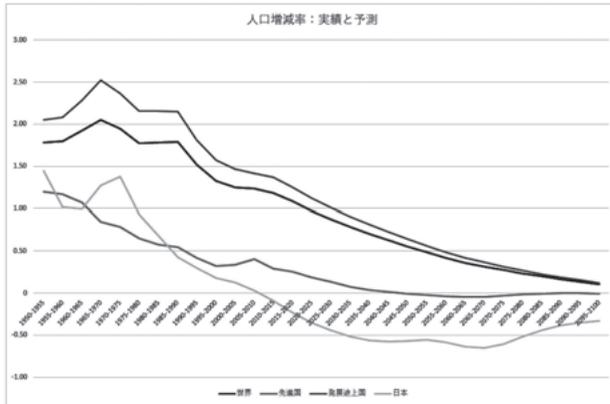
この点からすれば、人口減少がマクロ経済に与える影響については、経済成長の理論モデルを用いて全体的に考察する必要があると思われる。

経済成長モデルを再検討することで人口減少が一人あたりGDPへ与える影響を整理しようとする試みとして平田(2011)がある。本稿は氏が紹介している諸モデルを参照しながら、氏の論考以降に発表された議論の中でもStrulik et al.(2012)の議論を中心にして、いくつかのデータを踏まえながら、経済成長理論モデルに於ける人口の取扱い、人口減少が起きた場合におけるモデルが示

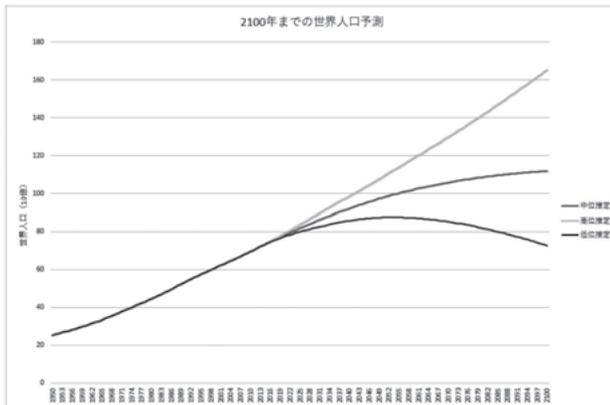
2) 1989年の合計特殊出生率が1.57であったことが判明した際に強調されたことば。日本の合計特殊出生率は1966年に「ひのえうま」という特殊要因に基づく1.58が過去最低であった。合計特殊出生率は「一人の女性が生涯に持つ子どもの数」を示しており、2未満であればそのままでは現在の人口を維持できないことを意味する。ちなみに2016年は1.44であった(厚生労働省「平成28年(2016)人口動態統計(確定数)の概況」)。

3) 1960年にBecker(1960)が最初に出生行動を消費者選択理論を応用したのが始まりで、その後の「人口経済学」の重要な画期とされている。加藤(2007)第Ⅲ部

す振る舞いについて整理することで、先進諸国、とりわけ日本が直面している少子高齢化現象の帰結を考察するための端緒としたい⁴⁾



(a) 世界人口増加率



(b) 世界人口

図1 世界の人口⁵⁾

4) そのため、本稿は新しい論点を付け加えるのではなく、今後の理解のための議論の整理を目的としている

5) 国連 World Population Prospects: The 2017 Revision <https://esa.un.org/unpd/wpp/>のデータから著者作成

2 技術進歩が外生的な成長モデル

非常におおまかにいえば、新古典派経済成長モデルは技術進歩が外生的に与えられたモデルと内生的に決定されるモデルに大別できる。

経済成長が労働と資本蓄積による貢献だけでは説明しきれないことから、経済成長理論では技術進歩をどのようなものとして考えるのかが重要な論点だ。本稿の関心事である人口減少にとってもおなじことで、技術進歩の捉え方によって人口減少が与えるインパクトをどう把握するのかが変わってくる。

その意味で技術進歩を軸にして経済成長を整理しておくことは重要である。

ここでは経済成長モデルの出発点ともいえるソローモデルにつらなる系譜として、技術進歩が外生的に取り扱われているモデルの検討を行う。

2.1 労働節約的技術

はじめに、新古典派経済理論の“古典”であるソローモデルを取り上げよう⁶⁾。出発点として技術進歩がないケースを取り上げ、次に労働節約的技術（ハロッド中立な技術）を導入する。

資本ストック K 、人口（労働人口） L 、GDP を Y とし、一次同次の生産関数 $Y = F(K, L)$ を考える。 K 、 L はそれぞれ資本ストック、労働力（人口）である。また、すべて変数は時間変数であるとする。単純化のために政府や外国との貿易は捨象されている。

貯蓄率 s を外生変数として定数であるとする。市場均衡では貯蓄と投資が等しいので、資本ストックの増分は減価償却率を一定値 δ とすると、 $\dot{K} = sY - \delta K$ ⁷⁾。また、労働力成長率（人口成長率）は一定値 $n \left(\frac{\dot{L}}{L} = n \right)$ で外生

6) Solow (1956)

7) $\dot{K} \equiv \frac{dK}{dt}$ 、以下でも時間微分は変数にドットをつけて表すとする。また、 $\dot{K} \equiv \frac{\dot{K}}{K}$ で、成長率を表すとする。

的に与えられているとする。

ここで、各変数を「労働者一人あたり（人口一人あたり）」単位に変換する。

$$y \equiv \frac{Y}{L}, k \equiv \frac{K}{L}。$$

生産関数が一次同次であることを用いて、生産関数を「一人あたり」に変換すると

$$y = f(k), \frac{df}{dk} > 0, \frac{d^2f}{dk^2} < 0, \frac{df}{dk} \Big|_{k=0} = \infty$$

このモデルにおいては「労働者一人あたり資本ストック k 」は運動方程式

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k$$

に要約される。

この式は横軸に k 、縦軸に一人あたり GDP をとると、逓減する生産曲線と傾き $n + \delta$ を持つ右上がりの直線との差が k の運動を表す。この結果、 k は一定値に収束し、一人あたり GDP (y) は一定値となる。 $y = Y/L$ で、 $\dot{L} = n$ であるから、一人あたり GDP (y) の成長率は $0 (\dot{y} = 0)$ 経済全体の GDP は人口成長率と同じ率で成長することとなる ($\dot{Y} = n$)。

また、この式からすれば、他の事情が一定であれば n が小さくなれば直線部分の傾きが小さくなるため、より大きな k の値で生産曲線と交わることになり、均衡状態での一人あたり GDP (y) の水準は高くなる。

図2はモデルの結論を図示したものである。直線部の傾きは $n + \delta$ であるから、 n が小さくなれば均衡点は k_1^* から k_2^* へ増大する。また、このモデルでは $\dot{y} = \dot{Y} - \dot{N}$ なので、均衡では労働者一人あたり GDP は成長せず、一定値 $f(k^*)$ のままである。一人あたり GDP が成長するのは、図2にあるように、均衡点に変化して k^* が新しい均衡点へ向かって拡大していくときに限る。

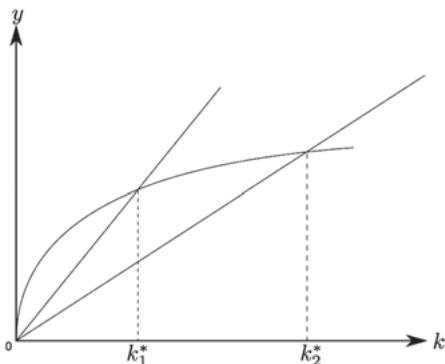


図2 ソローモデルでの一人あたり GDP

ソローがこの論文を発表した年が含まれる 1950 年代から 70 年代にかけては、発展途上国の貧困が経済成長論のひとつの関心事であり、人口増加をどのように抑えるのが主たるテーマになるのは自然であったろう。人口増加を抑えることが一人あたり GDP を高くするポイントであり、事実国連をはじめとして経済成長支援の中には人口抑制が含まれていた。つまり成長モデルの出発点では、貧困と人口増加が結びついており、現在のような人口減少は想定されていなかったと思われる。もちろん、世界的には人口は増え続けており、発展途上国での人口抑制は依然として重要な問題であるが、図 1 b からわかるように下位推定では世界的な人口減少も可能性として起こりうる事象になっている。この点からみれば、現在先進国で問題になっている人口減少は、いずれ世界的規模での問題になることが予想され、先行して現象が現れている先進国における分析が重要になっていく。

さて、このモデルは、最終的に一人あたり GDP は一定値に収束するので一人あたり GDP の成長はおこらない。それでは現実の経済を説明できないので、このモデルに技術進歩を導入する。

このモデルに「労働節約的」技術 A を導入し、生産関数の要素を AL （これを「効率労働」と呼ぶ）。とすれば、生産関数は $Y = F(K, AL)$ となる。上記

と同様に「効率労働あたり」変数 ($\tilde{y} \equiv Y/AL (\equiv y/A)$, $\tilde{k} \equiv K/AL$) を導入すると、技術の成長率(技術進歩率)を $\hat{A} = g > 0$ とすることで上記の蓄積方程式は

$$\dot{\tilde{k}} = sf(\tilde{k}) - (n + g + \delta)\tilde{k}$$

に変更される。

この式は本質的には技術進歩がない成長方程式と同じ構造をしており、図2における k を \tilde{k} と読み替えればまったく同じになる。効率労働あたり資本 \tilde{k} は、効率労働あたり貯蓄(粗投資) sy と $(n + g + \delta)\tilde{k}$ との差分であるから、両者が一致する \tilde{k}^* より小さな \tilde{k} では増加し、それより大きな値では減少するため、必ず \tilde{k} に収束する。そのため、効率労働あたり GDP \tilde{y} も一定値に収束する。

ただし、今度は $\hat{y} = g$ なので、効率労働一人あたり GDP は技術進歩と同じ率で成長することになる。

この枠組みであれば $n < 0$ であっても $n + g + d > 0$ であればソローダイアグラムを同様に描くことができる。つまり、技術進歩率が人口成長を上回っている限りは経済は成長を続けることができることを含意している。この点は重要で、人口減少に関する多くの議論においても「技術が人口減少をカバーしていく」というような認識が共通していて、技術進歩の重要性が強調される背景になっていると思われる。

2.2 全要素生産性 (TFP)

このように経済成長モデルに技術を導入することは「人口」という自然の制約を超えて、経済が成長するための重要な要素と言える。この点を、いわば「技術一般」的な要素を導入することで示すことができるのが、同じくソローによる「成長会計」だ。

生産関数が一般的に

$$Y = F(K, L)$$

とすると、生産物の成長率 \hat{Y} は

$$\hat{Y} = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \frac{dK}{K} + \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} \frac{dL}{L}$$

ここで、企業の利潤最大化条件を考えると、投入要素の限界生産物は、生産物で測った実質価格に等しいので、資本の名目収益率を r 、名目賃金率を w 、生産物価格を p とすると

$$\hat{Y} = \frac{r}{p} \frac{K}{Y} \frac{dK}{K} + \frac{w}{p} \frac{L}{Y} \frac{dL}{L}$$

$\frac{r}{p} \frac{K}{Y}$ と $\frac{w}{p} \frac{L}{Y}$ は、それぞれ収入に対する資本と労働への支出割合になるので、それらを α_K 、 α_L とおくと、 \hat{Y} は

$$\hat{Y} = \alpha_K \hat{K} + \alpha_L \hat{L}$$

である。

さて技術進歩があるので、生産 Y は“拡大”して $Q = AY$ になるものとする。すると、 $\hat{Q} = \hat{A} + \hat{Y}$ なので、技術進歩を含んだ現実の GDP 成長率は

$$\hat{Q} = \hat{A} + \alpha_K \hat{K} + \alpha_L \hat{L} \leftrightarrow \hat{A} = \hat{Q} - (\alpha_K \hat{K} + \alpha_L \hat{L})$$

つまり、現実の GDP 成長率から資本と労働について、観察できる支出割合とそれらの成長率による貢献分を取り除けば、技術進歩率がわかるという考え方が成長会計である。この A は「全要素生産性 (Total Factor Productivity) (以下、「TFP」)」と呼ばれ、技術進歩を測定するものとみなされている。

このように成長会計の分析は、生産について明示的に考えられる投入物である資本ストックや労働力の貢献を取り除いた残差として技術進歩を考えることで、技術進歩率が正であるかぎり、人口減少が起きた場合でも経済成長を支えることができるという考え方の基礎を提供している。

成長方程式の分析を基礎として、1980年代のアメリカの経済成長の鈍化は

技術進歩率の低下として説明されることが多い。また、日本経済のいわゆる「失われた10年(もしくは20年)」の低成長を説明する際にも成長会計を用いた Hayashi and Prescott (2002) による実証研究は、当時の日本においても技術進歩率の低下が低成長をもたらしたものと結論づけた。

しかしながら TFP の導出式から分かるように \hat{A} は生産の上昇率から、労働と資本の貢献分をのぞいたすべてのもの、技術進歩も含むがそれ以外の雑多な要因も含んでしまう。川本(2004)は、Hayashi らによるソロー残差の計測に対して、そうした考慮すべき「残差」が残っているとして批判的な分析を行い、いくつかの条件を考慮に入れば Hayashi 等の結論は支持されず、その期間においても技術進歩率はそれほど顕著には低下していないとしている。

実証的に A の大きさを推定する際の問題を別にして、このモデルで示される A は技術進歩の大きさを表すと考えられている。このモデルに示されているように、人口成長率あるいは労働成長率が生産関数にプラスの影響をもたらす形でモデルに組み込まれていることを前提とすれば、「残差」としての技術進歩は「天からのマナ」として外生的に与えられることになる。だが技術進歩についてこうした想定をしてしまえば、それらが実際に起こるのかどうか、技術進歩に影響を及ぼす要因はわからないことになってしまい、現実経済において技術進歩が人口減少をカバーできるのかどうかはわからない。

技術進歩自体を外生的なものでなく人間活動の結果としてとらえようとしたのが「内生的成長論」である。

3 内生的成長モデル

技術進歩を生み出すためには知識や経験が必要であり、それらは人間が生み出すものだ。この考え方にたてば、技術進歩自体が一種の生産物であり人口に依存する可能性がある。

技術進歩を外生的に与えられたものではなく、経済システム内で生み出されると想定した一連の成長モデルは「内生成長モデル」あるいは「R&D based

model」と呼ばれる。内生成長モデルには数多くの種類があるが、ここではこの種のモデルを最初に提唱した Romer (1990) をベースにした Jones (2005) のモデルにしたがって検討する。

技術を内生的に取り扱う場合、技術や知識が持つ通常の財と異なる性質、および技術や知識の生産方法を考慮しなければならない。そのため、内生的成長モデルでは技術が持つ非競争性が考慮の対象となる。また、技術や知識それ自体はなんらかの物理的な存在ではなく、人に蓄積されるものであるから、技術や知識を身につけた労働者が労働を通じてそれらを具体的な財に具体化することになる。そのため人口増加率を外生的なものと考えたとしても、技術を外生的なものとして捉える場合と比較すれば人口の影響は大きい。

3.1 人的資本と知識生産

R&D ベースの成長モデルにおいて、 t 期の最終財生産に投入される労働力は単なる数的な労働力 L_t ではなく、技術を身につけた「人的資本ストック」 H_t である。 H_t は経済全体で集計されたもので、労働者一人が持つ「技能」を h_t として、 $H_t = h_t L_t$ との想定がなされる。

さて、各労働者の技能はいくつかの要素によって形作られるものだが、たいていは「ミンサー型」⁸⁾ として以下のように定式化される。

$$h_t = e^{\phi l_{h_t}} \quad (1)$$

ここで、 l_{h_t} は技能修得に使われる時間を示す。 ϕ は h_t の l_{h_t} に対する弾力性であり、技能に費やす時間の増加率と同じ率で技能が大きくなることを示している⁹⁾。ここでは $l_{h_t} = \bar{l}_h \in (0, 1)$ を仮定する。

技能に費やす時間以外が生産活動に使えるとすると、労働者人口を N_t とす

8) 職業訓練や勤続年数などが人的資本形成を通じて賃金に影響を与えるとする「ミンサー型賃金関数」の考え方と同じなのでこのように呼ばれることが多い。

9) 後述のように、技能 h に影響を与える変数を考えることでいくつかのバリエーションを生み出すことができる。

れば、生産へ投入される労働力 L_t は $L_t = (1 - \bar{l}_h) N_t$ なので、

$$H_t = (1 - \bar{l}_h) h_t N_t$$

$\hat{N} = n > 0$ を仮定すると、人的資本ストックの成長率は技能の成長率と人口成長率との和になる。

さて、R&D ベースの成長モデルでは技術の生産が労働によってなされることになるのであるが、その際の労働も人的資本ストックを用いることになる。

経済に蓄積されている「知識・技術ストック」を A_t とすると、その「増分」 \dot{A}_t は「 t 期に生み出される新しいアイデア、あるいは付け加えられる新しい知識」と解釈できる。新しいアイデアは「知識生産部門」に投入される人的資本ストック H_A と、その時点で蓄積されている知識ストックによって生産される（新しいアイデアが生み出される）。

$$\dot{A}_t = v H_A^\lambda A_t^\phi, \quad A_0 > 0, \quad v > 0, \quad \lambda > 0, \quad \phi < 1 \quad (2)$$

パラメータ $\lambda > 0$ は知識生産部門へ投入される人的資本ストック H_A が当期のアイデア生産へ貢献する弾力性が正であることを意味するので、 H_A の増加はアイデア生産量を増加させる。またこれは H_A の投入に対する規模に対する収穫を意味しており、 $\lambda > 1$ なら H_A の投入については規模に関する収穫逓増が存在することを意味する。

パラメータ ϕ は既存知識と新しい知識との関係を表す。 $\phi > 0$ であれば、この期間に生み出される新しいアイデアは、その時点で利用可能な知識ストックが多いほど大きくなる（逓増していく）。新しいアイデアは、過去のアイデアの上に構築されるので、その蓄積が多ければ新しいアイデアも多く出てくるということだ。一方 $\phi < 0$ であれば、一人の研究者がこの期間に生み出す新しいアイデアは A_t の減少関数となる。知識ストックが増えるほど、「重複発明」が増えるので、「新しい」アイデアはだんだん生まれにくくなる事態を表している¹⁰⁾

3.2 モデルの概略と帰結

Jones (2005) は、こうした人的資本ストック、知識・技術ストックを成長モデルに組み込んだ。詳細は補論で紹介するとして、このモデルは以下のような特徴を持つ。

- 最終生産物生産には人的資本ストックと物的資本ストックである生産財が用いられるが、生産財は A 種類存在する。
- 知識・技術ストックは、生産財の種類 A であり、その生産のためには人的資本ストックが投入される。
- 個人の効用は最終生産物の消費量に依存する。

分析の結果として、均衡成長経路（各経済変数が同じ一定率で成長する経路）では、

1. 一人あたり産出量 ($y_t \equiv Y_t/N_t$) はアイデア生産へ投入される人的資本ストック $H_{A_t}^*$ に比例する。
2. 均衡成長経路上での各変数の成長率は（変数 x の成長率を g_x で表す）。

$$g_y = g_k = \frac{\sigma}{1-\alpha} g_A = \gamma g_{H_A} = g = \gamma n$$

ここで、 α は最終財生産における資本の弾力性、 σ は、中間財の代替弾力性を θ として、 $\sigma = \phi(1/\theta - 1)$ 、 $\gamma \equiv \frac{\sigma}{1-\alpha} \frac{\lambda}{1-\phi}$ 。これらのパラメータは正なので、最終的に一人あたり産出量は労働力（人口）成長率によって規定される。

技術を内生的に取り扱ったモデルにおいても、外生的技術進歩を仮定したモ

10) Jones は $\phi > 0$ を「肩車効果 (standing on shoulders)」と呼んでいる。また $\phi < 0$ を「fishing pond」に例えている。魚の数は限られているので、それまでにたくさん収穫されている (A_t が大きい) と、新しく捕まえられる魚は減っていくだろう、という考え方をしている。

デルの結論と同じく、一人あたり産出量の成長率は、知識・技術ストックの成長率、労働力人口の成長率と正の相関を持つことが示唆される。

しかし、日本のみならず、近年の「経済的先進国」では人口の成長率が低下している中で高い労働生産性や高い一人あたり産出量の成長率を示しており、この点を説明していない。

3.3 データの観察

ここでごく初歩的な観察できる事実として一人あたり産出額の成長率 g_y と人口増加率 n との関係をみてみよう。

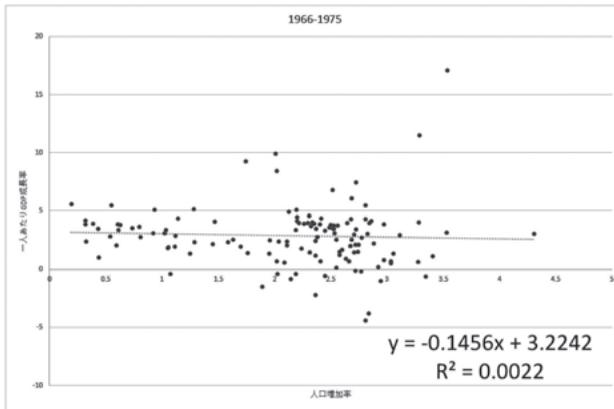
図 3 a, 3 b は、世界銀行が発表している「World Development Indicators」から「人口成長率(データセット“SP. POP. GROW”)」「一人あたり GDP(同“NY. GDP. PCAP. KD”)」を用いて、1966年-1975年、2006年-2015年の2つの10年間について、 g_y と n の散布図を描いたものである¹¹⁾ データは世界各国のクロスセクションデータであり、十分な統計処理も行っていないので正確にはなんともいえないところもあるが、単純な観察結果としてはそれほど明確な正の関係があるとはいいがたい。

「経済的な先進諸国」として G7 について、1966年-2016年にわたるデータを図 3 と同様に 10 年間の年平均に区分し、それらをすべて用いて作成した散布図が図 4 a である。若干の正の関係は観察されるものの「明確な関係」は認められない。

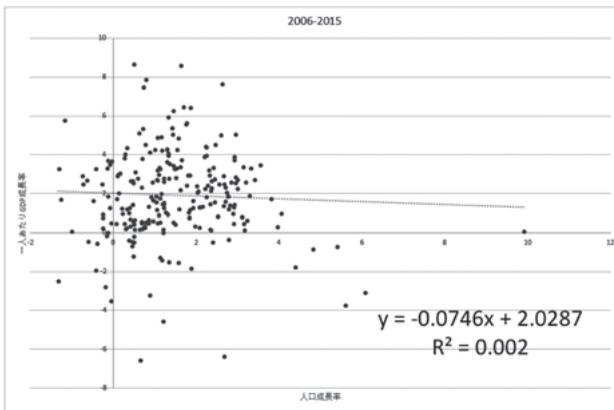
一方技術・知識ストック g_A と人口成長率 n との関係はどうであろうか。

A_t の計測自体が難しい問題であり、どのようなデータが「知識・技術ストック」をうまく代表するのかについてはよくわかっていない。しかし、 A_t の成長率 g_A については TFP 成長率を用いる研究が多い。もちろん TFP の計測に

11) 世界銀行のデータでは人口成長率は 1960 年から年次データが発表されており、そこから 1966 年-1975 年、2006 年-2015 年の 10 年間について、年平均成長率を計算した。一人あたり GDP 成長率については、データの 2010 年 US ドルに変化した「一人あたり GDP 額」からやはり年平均成長率を計算した。



(a) 1966年-1975年

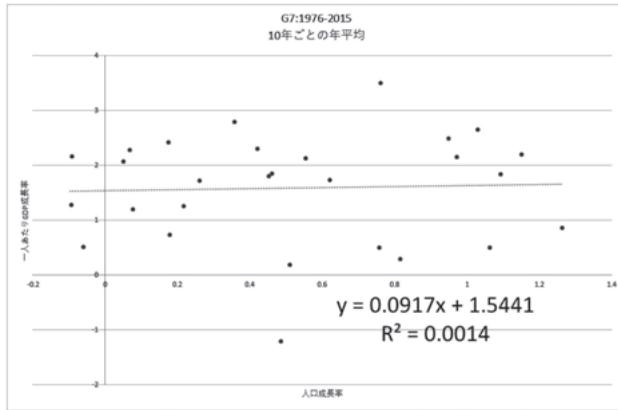


(b) 2006年-2015年

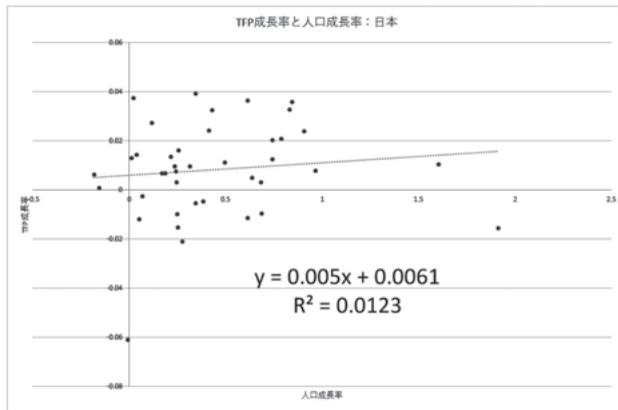
図3 g_y と n

についても上述のようにその計測に関して議論があり、決定的なデータがないのが現状である。

ここでの散布図作成に用いた世界銀行のデータにはTFPのデータはないので、独立行政法人経済産業研究所が作成・公開している「JIPデータベース2015」から経済成長率へのTFPの寄与率をTFP成長率として用い、人口成長



(a) 1966年-2015年 10年ごとすべて



(b) TFP 成長率と人口成長率 (1973-2012)

図4 g_y と n

率は上述の世界銀行による年次データを用いて、日本について描いた散布図が図4bである。こちらについても明確な正の関係があるとは断言しにくい。

ここで使用したデータについては上述のように十分に吟味されたわけではないが、「一人あたりGDP成長率」や「人口成長率」といったはっきりとした指標の間の関係がR&Dベースのモデルの結論と整合することがデータから明確

に読み取ることができないということについては従来から指摘されており、人口変化そのものを経済内の論理に組み込み、経済成長率と人口増加率、労働生産性と人口増加率の関係を説明しようという分析が行われている。成長論の文脈でも人口の動きを内生化したモデルの開発が進んでいる。次節ではそうしたモデルを検討しよう。

4 人口を内生化したモデル

人口の変化を内生化するには、「子どもの数」を経済内の論理で決定することが必要になる。

そのため、人口を内生化したモデルでは「世代重複モデル」にしたがった家計の最適行動によって、子どもの数を決定する想定がなされる。「両親」が選択の結果として子どもの数を決定するには、なんらかの「トレードオフ」が想定されなければならない。こうした想定は「政策」効果の分析も可能にする¹²⁾以下では Strulik et al. (2012) の主要な分析結果をまとめる¹³⁾

しかしながら、彼らのモデルは複雑であるので、モデル自体の説明は補論で行うこととして人口変動（出生率の変化）を引き起こすメカニズムと、モデルから引き出される結論に関係した部分だけを取り扱う。

4.1 家計行動

「子どもを産み・育てる」行動を組み込むため、家計は重複する3世代が想定される。

12) Nakagawa et al. (2015), FUTAGAMI and KONISHI (2017) は Strulik et al. (2012) のモデルを拡張する形で出生率を増加させる目的を持った政策について分析を行っている。

13) 彼らの分析は歴史的に産業革命前の出生率が高く、所得が低い状態から近代以降の出生率が低くなり所得が高い（生産性が高い）状態を統一的に説明しようとしており、分析結果は重要で興味深い。ここではすべてを紹介しきれないため人口増加率と各変数との関係にのみ焦点をあてる。

引退世代 (old adults) $t+1$ 期に「現役世代」の時の貯蓄 s_t を利子を含んだ額 $R_{t+1}s_t$ で受け取り、それをすべて消費する。

現役世代 (young adults) 人的資本 h_t を保持しており、生産活動に提供する人的資本1単位あたり w_t の賃金を受け取る。

子ども 教育をうけて、次世代の人的資本 h_{t+1} を体化する。

このモデルでは単純化のため、ユニセックスな一人の「両親」が子どもを育てることになっており、子どもの育成には子ども一人あたりに時間的な資源 τ が必要である¹⁴⁾ したがって子どもが増えると労働に提供する時間が短くなり所得が減少する。逆に子どもの数を減らせば子育てに使う時間が短くなる分だけ労働を提供し、所得が増える。ここに第1の「トレードオフ」が設定される。

子どもの教育については以下のような想定がなされる。まず最低水準の教育 \bar{e} は「親の行動をみたり、まねたりすること」のみであり、費用はかからない。これは社会的な教育がない状態と等しいが、教育への投資を全く行わなくてもこの水準の教育は必ず存在するため、「放っておいても」子どもの人的資本 h_{t+1} は最低水準の \bar{e} は獲得できる。最低水準を超える教育を与えるには子ども一人あたり e_t の費用がかかる。これが子どもに対する「quality expenditure」(質への支出)であり、 t 期の教育支出が次世代 young の人的資本 h_{t+1} を決める。

$$h_{t+1} = A_E \left(\frac{e_t}{w_t} \right) + \bar{e}$$

A_E は「教育技術パラメータ」であり、教育における生産性を表す。

このように次世代の人的資本は賃金に占める t 期の教育投資比率に依存する。子どもの質(人的資本で表現される「能力」)を高くしようとすれば、現

14) 子どもの消費はないものとしてある。そのため、子どもの消費からの効用は捨象されており、親の効用関数の中には子どもの効用は入っていない。

と将来の消費を減らして教育投資に充てねばならず、ここに第2の「トレードオフ」がある。

子どもの数（出生率）は n_t で、単純化のために実数 ($n_t > 0$) とする。したがって人口を N_t とすると $N_{t+1} = n_t N_t$ 。この想定によれば、人口は必ずしも増加していく必要はなく、減少の可能性も含んでいることになる。

さて、現役世代の t 期の消費を c_t^1 、引退世代の t 期の消費を c_t^2 とする。上の想定から t 期に現役だった世代が $t+1$ 期に消費できる額は、元本を含んだグロスの利率を R_t とすると $c_{t+1}^2 = R_{t+1} s_t$ である。

自分が持つ h_t を労働に用いて所得を得て、それらを支出するのであるが、現役世代は所得を以下の目的にどのように配分するかを決めなければならない。

- 現在消費と将来消費（現在の貯蓄）： s_t の決定
- 子どもを何人持つか： n_t の決定
- 子どもの教育にどの程度支出するか： e_t の決定

現役世代は、子育てに費やした残りの $(1 - \tau n_t)$ 時間を働くことができるので、所得は $w_t h_t (1 - \tau n_t)$ 。支出は $c_t^1 + s_t + e_t n_t$ であるから、予算制約は

$$w_t h_t (1 - \tau n_t) = c_t^1 + s_t + e_t n_t$$

効用関数は、将来の子どもの能力 h_{t+1} 、子どもの数 n_t 、現在と将来の消費で構成されるので、これらに対数線形として

$$u_t = \log c_t^1 + \beta \log(R_{t+1} s_t) + \gamma \log(\bar{e} + e_t) + \eta \log n_t \quad (3)$$

t 期の家計は予算制約の下で効用を最大にするように $\{c_t, s_t, e_t, n_t\}$ を決定する。

こうした家計行動の結果は以下のような結論が得られている。

詳細は補論で紹介するが、家計の行動によって決まる子どもの数 n_t と教育

支出 e_t には、しきい値 $z \equiv \eta/(\gamma\tau)$ があって、(子どもを持たない場合の) 親の収入 $w_t h_t$ がこれを下回るかどうかで値が異なる。親の収入が z を超えると、 n_t は $w_t h_t$ が大きくなるほど小さくなり子どもの数は減っていく。また、親の収入が z を超え $w_t h_t$ が継続して大きくなっていくと、 n_t はある下限に近づく。

$$\lim_{w_t h_t \rightarrow \infty} n_t = \underline{n} \equiv \frac{\eta - \gamma}{(1 + \beta + \eta)\tau} \quad (4)$$

一方、 e_t は $w_t h_t$ が大きくなるほど大きくなるので、教育費は大きくなっていく。教育費が大きくなれば次の期の人的資本 h_{t+1} もまた大きくなっていくため、親の収入が z を超え $w_t h_t$ が継続して大きくなっていくと、その増加率はある定数に収束する。

$$\lim_{w_t h_t \rightarrow \infty} \frac{h_{t+1}}{h_t} = \Delta_h \equiv A_E \frac{\gamma\tau}{\eta - \gamma} \quad (5)$$

この結論は、(しきい値パラメータ z が一定であれば) 所得が少ない時代では出生率が高く、近代に入って所得があがると出生率が低くなってきた歴史的な経緯に合致する。 $\frac{dz}{d\tau} < 0$ であるから、子ども一人あたりに費やさなければならぬ時間が増加すればしきい値 z 自体が低くなる。しきい値自体が低くなれば収入がこれを超えやすくなり、少子化の過程が始まりやすい。近代日本の歴史において核家族化の進行によって、両親が子どもにかけなければならない時間の増大があったとしたら、第2次世界大戦後の日本で急速に少子化がすすむ一つの要因になったとも考えられる。

また、人的資本は無限には成長することができないため、後述のように人的資本ストックに依存する生産性上昇率も一定値に収束する。

このように Strulik 等のモデルは家計行動の分析だけからも所得の増大と人口成長率の低下について興味深い結論を得ている。さらに R&D ベースの成長モデルとして前節の Jones モデルを発展させて、いくつかの結論を得ている。

4.2 技術知識を含めた生産に関する想定

Jones モデルと同様に、生産は最終財生産部門、資本財（中間財）生産部門、技術・知識生産部門の三つからなる。

- 最終生産物生産には人的資本ストック H_t^Y と物的資本ストックである生産財（中間財）が用いられるが、生産財は A_t 種類存在する。
- 資本財生産は、家計の貯蓄を生産財に変換することであり、技術・知識生産部門から（生産財の）「設計図」を購入してこの変換を行い、資本財を最終財生産部門に販売する。そこで、この部門には人的資本ストックの投入は想定されていない。
- 知識・技術ストックは、生産財の種類 A_t であり、その生産のためには人的資本ストック H_t^A が投入される。

最終生産物の生産関数は Jones と同じように想定されているが、モデルのいくつかの展開を経て、最終的には

$$Y_t = B_t A_t^{1-\alpha} (H_t^Y)^{1-\alpha} K^\alpha \quad (6)$$

に集約される。

これは外生的な技術進歩モデルと形式的にはほぼ同じであり、 $B_t A_t^{1-\alpha}$ が技術進歩（生産性）を表している。ここで B_t は“learning by doing”，労働者が労働過程の中で身につける効率性を意味している。そこで A_t をソローの成長会計における TFP と同一視できる点は Jones モデルと同じである。

ここで、Jones モデルと同じように A_t の増分 $A_{t+1} - A_t$ は技術・知識生産の成果であると考えられるので、競争的な R&D 企業は科学者を H_t^A 雇って、 $A_{t+1} - A_t$ の設計図を生産し、 p_t^A の価格で販売する。科学者の生産性を δ_t とすると、

$$A_{t+1} - A_t = \delta_t H_t^A$$

企業にとって δ_t は与えられているが、それはすでに存在しているアイデアの数にポジティブに依存する ($0 < \phi < 1$: 「肩の上に乗る」効果)。そして労働力のサイズにネガティブに依存している ($0 \leq \nu < 1$: 「混雑」効果)¹⁵⁾ とすれば

$$\delta_t = \bar{\delta} A_t^\phi L_t^{-\nu}$$

ここで L_t は物理的な労働力。経済全体の人的資本ストック H_t は最終財生産部門と技術・知識生産部門に投入される資本ストックの合計であること ($H_t = H^Y + H^A$)、また、モデルのこれまでの式からもたらされる結果を用いて、

$$A_{t+1} = \bar{\delta} A_t^\phi h_t L_t^{1-\nu} - \frac{1-\alpha}{\alpha} A_t$$

右辺第1項は前節の Jones モデルにおける知識生産と同等である。

4.3 モデルの主要な結論

前節と同じく変数 x の増加率（変化率）を g_x と表示することにする。すべての経済変数（ここでは A , K , h , L ）が同じ一定率で変化する経路を均衡成長経路と定義すると、すべての経済変数について $\hat{g}_x = 0$ 。

このように定義した均衡成長経路上で Strulik モデルが示す結果は以下の通りである。

15) 「混雑効果」は物理的な労働力 L_t レベルでは現れるが、個人能力 h_t の集計である H_t には現れない。物理的な集団内での重複発明は起きるが、 h_t は個人レベルでの行為であって、同じ人が重複して同じアイデアに基づく発明をすることは考えられないからである。

4.3.1 生産性上昇率と人口増加率

$$\left(\frac{A_{t+1}}{A_t}\right)^{1-\phi} = \left(\frac{h_{t+1}}{h_t}\right) \left(\frac{L_{t+1}}{L_t}\right)^{1-\nu} = \left(\frac{h_{t+1}}{h_t}\right) n_t^{1-\nu} \quad (7)$$

式(6)で見たように A は生産性とみなすことができるので、(7)は生産性 (TFP) の増加率が出生率 n_t に比例していることを示しているが、そう単純なわけではない。

上記の家計行動で解説したように、このモデルでは家計の収入 $w_t h_t$ が伸びていき、閾値 z をこえると出生率は低下する。

均衡成長経路では所得も一定率で増加していくため、(4)、(5)式を使うと(7)は¹⁶⁾

$$\left(\frac{A_{t+1}}{A_t}\right)^{1-\phi} = A_E \frac{\gamma\tau}{\eta-\gamma} \left(\frac{\eta-\gamma}{(1+\beta+\eta)\tau}\right)^{1-\nu} \quad (8)$$

ν は「混雑効果」を示すパラメータであったから、それが無い ($\nu=0$) 場合はもっと単純になり¹⁷⁾

$$g_A = \left(\frac{\gamma A_E}{1+\beta+\eta}\right)^{1/(1-\phi)} - 1, \quad g_L = \frac{\eta-\gamma}{(1+\beta+\eta)\tau} - 1 \quad (9)$$

ここでは(7)から出生率がなくなっていることに注意しよう。このモデルでは生産性の上昇率と出生率 (人口増加率) は関係していない。生産性の成長率に影響を与えるのは家計の効用関数(3)式におけるパラメータであり、教育に関するパラメータ、つまりは子どもの「質」への選好を示すパラメータ γ が大きくなれば、そして子どもの「数」に関するパラメータ η が小さくなれば、TFP はより高い率で成長し、人口 (物理的労働力) の増加率 g_L は低下する。つまり人

16) 均衡成長経路では人口成長率は一定であり、したがって労働力増加率は (グロスの) 人口成長率 n_t と同じであることを用いている。

17) 人口がそれほどまだ多くない状況に対応している。

口増加率は小さくなっていく。

一方、人的資本ストック H_t の増加率 g_H は

$$g_H = \frac{\gamma A_E}{1 + \beta + \eta} - 1, \Rightarrow \frac{\partial g_H}{\partial \gamma} = \frac{A_E}{1 + \beta + \eta} > 0 \quad (10)$$

であるから、教育に関するパラメータ γ が大きくなれば人的資本ストックの成長率は大きくなる。

こうした結論をもたらした背景は、家計の行動にある。この点を Strulik は以下のように説明する。

いま、家計が教育に対する投資 e_t を1単位増やし、 n_t を1単位減少させたとする。 $e_t n_t$ は変化しない。この「一対一の質と量との代替」は中立ではない。子どもの数が1単位減ると、両親が子育てに費やす時間がその分減少する。両親に発生するこの時間は、より多くの所得を生み出すために使うことができ、増えた所得は消費や子どもの教育費に使うことができる。このことは「一対一の代替」は量の減少よりもより多くの質の向上をもたらすことになる。結果として $H_t = n_t h_t$ での n_t の減少効果を h_t の上昇効果が上回り、 H_t は増加する。この代替は予算制約から起こったことで、効用関数から発生するものではない。

このとき、子育てについての時間的費用 τ は、生産性の上昇には影響を与えない ((9)の g_A に τ は入っていないので)。しかし、 $\nu > 0$ である場合、つまり人口がある程度増加していて混雑効果が発生している場合には(7)(もしくは(8))から、 τ の増加は H_t を増加させたのとおなじく n_t の減少効果を h_t の上昇効果が上回ることで生産性を成長させる。

4.3.2 所得増加率と人口増加率

モデルから均衡成長経路上では K_t の運動について以下の結論が得られる。

$$\left(\frac{K_{t+1}}{K_t} \right) = \left(\frac{A_{t+1}}{A_t} \right)^{2-\phi} \left(\frac{L_{t+1}}{L_t} \right)^\nu \quad (11)$$

ここでも混雑効果がない $\nu = 0$ では TFP の成長で見られたように資本ストックの成長に人口変化ははいつてこず、資本ストックの成長は技術進歩とポジティブに関係する。特に $\phi \rightarrow 1$ では技術進歩率そのものになる。

さらに(11)に変更を加えると、一人あたり所得 $y \equiv Y_t/L_t$ の成長率 g_y は

$$g_y = \left(\frac{h_{t+1}}{h_t} \right)^{\frac{2-\phi}{1-\phi}} n_t^{\frac{1-\nu}{1-\phi}} - 1 \quad (12)$$

と示される。

ここでも(12)は人口増加率 n_t と正の関係を持つように見えるが、やはり家計部門でみたように、一人あたり所得の増加は(4)、(5)をもたらすため、

$$g_y = \left(\frac{\gamma \tau A_E}{\eta - \gamma} \right)^{\frac{2-\phi}{1-\phi}} \left(\frac{\eta - \gamma}{(1 + \beta + \eta) \tau} \right)^{\frac{1-\nu}{1-\phi}} - 1 \quad (13)$$

したがって、子どもの「質」への選好を示すパラメータ γ が大きくなれば、そして子どもの「数」に関するパラメータ η が小さくなれば、一人あたり所得の成長率はより高くなり、人口増加率は低下する。

5 結 語

以上、かなり雑ばくに人口成長と経済成長との関係について考察した代表的な議論を概観した。

新古典派成長理論では経済成長の源泉になっているのは人口のみだった。内生的成長論では「技術」を持ち込むことで、人口増加だけには依存しない経済成長を示した。このことは現在の議論にも大きな影響を与え、人口減少を技術進歩によってカバーしようとする考え方は強力である。

人口を内生化した Strulik 等のモデルは、子どもについての「質と量との代替」を導入することで人口減少と経済成長が両立することを示しており、この点で従来の R&D ベースの成長理論が人口減少による成長の鈍化を示していたのとは大きく異なる。

もともと Strulik 等は第1次産業革命以前の状態から現在までの長期にわたる経済成長の歴史をこのモデルによって記述しようと試みており、本稿では紹介し切れていない興味深い論考を含んでいる。

よくいわれるように、近代の持続的な経済成長は18世紀以降の爆発的とも言える人口増加率の急上昇と軌を一にしている。この急上昇は知的所有権の整備によって、民間のR&D活動が経済活動として利益を生むようになってから始まっている。そのためR&D活動が所有権によって保護され、それが開発者に利益をもたらすことを保証するのは経済成長にとってとても重要な要件なのだ。

市場のR&D活動によってもたらされる技術進歩は人々の所得を引き上げ、人的資本ストックを引き上げると同時に、「労働者の質」向上を要求し、義務教育をはじめとして教育支出を増大させる。それは子どもについての「量と質との間のトレードオフ」から出生率を低下させるが、労働者に体化している「技能」は向上し続けるため経済成長は鈍化しない。こうした議論は現在の状況と整合的だ。

人口減少が我々の社会にあたえる影響は重要な論点であり、引き続き検討していくことが必要である。

ここでは取り扱っていないが、人口減少は「高齢化」と同時に進行しているため、高齢化自体が経済にもたらす影響を考察することも重要である。また、高齢化・人口減少は地域によって進行が異なることから、マクロレベルの理論分析に加えて実証的な手法を用いる必要があるだろう。

ここで検討したモデルは、人口減少がもたらすであろう需要側面への影響についてはあまり焦点が当てられていない点も注意が必要である。三面等価の原則からモデルにおいてはGDPの動き自体が総需要の動きを説明していることになるが、現実的には人口減少・高齢化は総量だけではなく、需要の構成（したがって、産業の構成）に影響を与えることが考えられ、こうした議論についてはこれから注視していく必要があるだろう。

始めに述べたように本稿は「端緒」であり、今後の研究で人口減少の問題を議論していきたいと考えている。

付録A Jones モデル

本文中に取り上げた Jones (2005) の内生的成長モデルを以下で紹介する。

A.1 経済環境

いくつかの生産関数を定義する。

$$Y_t = \left(\int_0^{A_t} x_i^\theta di \right)^{\frac{\alpha}{\theta}} H_{Y_t}^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad 0 < \theta < 1$$

最終財の生産は、最終財生産部門へ割り振られる人的資源 H_{Y_t} と、中間財の集合体を投入することによって行われる。最終財生産部門が利用できる中間財は A で測られる種類があることになる。

この生産関数は CES 型であり、中間財の間の代替弾力性は $1/(1-\theta) > 1$ で一定である。中間財と人的資本に関してはこの関数は規模に関して収穫一定であるが、 A が変数として扱われると収穫逓増となる。

物的資本の蓄積は

$$\dot{K} = Y_t - C_t = \delta K, \quad K_0 > 0, \quad \delta > 0$$

知識ストックの生産には人的資本 H_A が投入される (本文中の(2)で示した)。

$$\dot{A}_t = v H_A^\lambda A_t^\phi, \quad A_0 > 0, \quad v > 0, \quad \lambda > 0, \quad \phi < 1$$

ここでパラメータ $\lambda > 0$ が入っていることに注意。人的資本 H が当期のアイデア生産へ貢献する弾力性が正であることを意味するので、 H の増加はアイデア生産量を増加させる。またこれは H の投入に対する規模に対する収穫を意味しており、 $\lambda > 1$ なら H の投入の規模については収穫逓増を意味する。

新規アイデアはそれを体化した中間財の種類を意味する。アイデアの蓄積がなされるほど、中間財のバラエティが拡大する。

A.2 資源制約と効用関数

$$\int_0^{A_t} x_{it} di = K_t \quad (14)$$

中間財の総計が今期の物的資本ストック K_t である。

一方人的資本については最終財生産部門に投入される H_{Y_t} とアイデア生産部門に投入される H_{A_t} が全体の人的資本ストックに等しい。

$$H_{A_t} + H_{Y_t} = H_t$$

その人的資本ストック H_t は、今期の労働者数 L_t に一人あたりの「技能」 h_t をかけたものである。

$$H_t = h_t L_t$$

ここでは、労働者は技能修得に時間を使うことによって技能を蓄積する。技能修得のために使う時間を l_{h_t} とすると

$$h_t = e^{\phi l_{h_t}} \quad (\text{本文中の(1)})$$

人口を N_t とすると、技能修得に時間を使っていない人数だけが労働力として利用できるので

$$L_t = (1 - l_{h_t}) N_t$$

人口の成長率は一定率 n で、

$$N_t = N_0 e^{nt}, \quad n > 0, \quad N_0 > 0$$

最後に、効用関数は

$$U_t = \int_0^{\infty} N_s u(c_s) e^{-\rho(s-t)} ds, \quad \rho > n$$

ここで c_t は一人あたり消費量で

$$c_t = \frac{C_t}{N_t}$$

また $u(c_t)$ は一人あたり効用で

$$u(c_t) = \frac{c^{1-\xi} - 1}{1-\xi}, \quad \xi > 0$$

A.3 分析

この経済で決定しなければならないのは、技能修得に使う時間 l_{ht} 、消費量 c 、人的資本ストックの配分 H_A 、中間財の配分 $\{x_i\}$ である。この配分方法について次のように定義する。

$$l_{ht} = \bar{l}_h \in (0, 1)$$

$$1 - \frac{C_t}{Y_t} = \bar{s}_K \in (0, 1)$$

$$\frac{H_{A_t}}{H_t} = \bar{s}_A \in (0, 1)$$

$$x_{it} = \bar{x}_i = \frac{K_t}{A_t} \text{ for all } i \in [0, A_t]$$

技能修得に使う時間の比率を \bar{l}_h で一定とし、消費については貯蓄率 \bar{s}_K として定義する。またアイデア生産部門へ割り当てる人的ストックの割合も \bar{s}_A として定数とする。中間財については各種類を同じ分量だとして \bar{x}_i とする。

均衡成長経路 (balanced growth path) を、すべての変数が同じ一定率で成長する経路であると定義し、均衡成長経路上での各変数を求めると以下のように

なる。

1. (14)から，生産関数は以下の形になる。

$$Y_t = A_t^\sigma K_t^\alpha H_{Y_t}^{1-\alpha}, \quad \sigma \equiv \alpha \left(\frac{1}{\theta} - 1 \right)$$

2. 均衡成長経路での一人あたり産出量 $y_t = Y_t/N_t$ は

$$y^* = \left(\frac{\bar{s}_K}{n + g_k + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} h^* (1 - \bar{s}_A)(1 - \bar{l}_h) A_t^{*\frac{\sigma}{1-\alpha}}$$

3. 均衡成長経路での知識ストックは

$$A_t^* = \left(\frac{v}{g_A} \right)^{\frac{1}{1-\phi}} H_{A_t}^{*\frac{\lambda}{1-\phi}}$$

4. 上の y^* と A_t^* から，均衡経路上での一人あたり産出量は $H_{A_t}^*$ に比例する。

$$y^* \propto H_{A_t}^{*\gamma} = (h\bar{s}_A L_t)^\gamma, \quad \gamma \equiv \frac{\sigma}{1-\alpha} \frac{\lambda}{1-\phi}$$

5. これらから，均衡成長経路上での各変数の成長率は

$$g_y = g_k = \frac{\sigma}{1-\alpha} g_A = \gamma g_{H_A} = g = \gamma n$$

付録B 補論：Strulik モデル

B.1 家計部門

本文中で紹介したように，家計部門は効用関数

$$u_t = \log c_t^1 + \beta \log(R_{t+1}s_t) + \gamma \log(\bar{e} + e_t) + \eta \log n_t$$

を予算制約

$$w_t h_t (1 - \tau n_t) = c_t^1 + s_t + e_t n_t$$

の下で最大にするように $\{c_t, s_t, e_t, n_t\}$ を決定する¹⁸⁾

これを解くと、 e_t が³0か、そうでないかに関わらず

$$c_t = \frac{1}{1 + \beta + \gamma} w_t h_t, \quad s_t = \frac{\beta}{1 + \beta + \gamma} w_t h_t \quad (15)$$

子どもの数 n_t と教育支出（したがって、子どもの「質」への投資） e_t には、しきい値 $z \equiv \eta / (\gamma \tau)$ があって、親の収入がこれを下回るかどうかで値が異なる。

$$e_t = \begin{cases} 0 & \text{for } w_t h_t < z \\ \frac{\gamma \tau w_t h_t - \eta \bar{e}}{\eta - \gamma} & \text{for } w_t h_t \geq z \end{cases} \quad (16)$$

$$n_t = \begin{cases} \frac{\eta}{(1 + \beta + \eta) \tau} & \text{for } w_t h_t < z \\ \frac{(\eta - \gamma) w_t h_t}{(1 + \beta + \eta)(\tau w_t h_t - \bar{e})} & \text{for } w_t h_t \geq z \end{cases} \quad (17)$$

本文中で紹介したように親の収入が z を超え $w_t h_t$ が継続して大きくなっていくと、(17)から、 n_t はある下限に近づき、本文中の(4)を得る。また、 e_t は $w_t h_t$ が大きくなるほど大きくなるので(16)から h_{t+1} も $w_t h_t$ が継続して大きくなっていくと、その増加率はある定数に収束し、本文中の(5)を得る。

B.2 企業部門

B.2.1 最終生産財部門

最終財生産部門での生産は完全競争企業によってコブ・ダグラス型生産関数で表される技術を用いて行われる。

18) 人口が正であることを保証するため $\eta > \gamma$ で $n_t > 0$ であるとする。また教育への投資 e_t は、0である解も考えられるので $e_t \geq 0$ で、端点解もありうる。

$$Y_t = B_t (H_t^Y)^{1-\alpha} \sum_{i=1}^{A_t} x_{i,t}^\alpha, \text{ for } i \geq 1$$

Y_t が産出, H_t^Y は最終財生産企業に投入される人的資本ストックであり雇用量と見なしてよい。 B_t は learning by doing を通じて生産過程の中で到達できる技術レベルである¹⁹⁾ α は最終財生産における資本財のシェア。最終財生産が行われる際に使用される第 i 番目の「機械 (中間財)」の量が $x_{i,t}$ である。 A_t は「機械」の種類である。

人的資本ストック 1 単位あたりの賃金率 w_t が与えられて, 第 i 番目の資本のレンタル価格を $p_{i,t}$, ($i = 1, \dots, A$) とすれば, (完全競争市場なので) 利潤最大化条件から, 労働需要は

$$w_t = (1-\alpha) B_t (H_t^Y)^{-\alpha} \sum_{i=1}^{A_t} x_{i,t}^\alpha = (1-\alpha) \frac{Y_t}{H_t^Y} \quad (18)$$

また, 投入する各資本財の需要は

$$p_{i,t} = \alpha B_t (H_t^Y)^{1-\alpha} (x_{i,t})^{\alpha-1} \quad (19)$$

を満たす。

B.2.2 資本財 (中間財) 生産部門

本文で述べたように, この部門は「貯蓄された資本をつかって, 設計図から機械へ変換する」役割を果たす。第 i 番の中間財 (機械) 生産者の利潤を $\pi_{i,t}$ とすると,

$$\pi_{i,t} = p_{i,t} (x_{i,t}) x_{i,t} - r_t x_{i,t} \quad (20)$$

ここで r_t は, 家計の貯蓄に対して支払われる利子率である。

19) B_t の上昇率 g_B は「物的労働力」 L_t の関数で $g_B = \bar{g}(L_t)$ とされ, $\bar{g}' \geq 0$, $\bar{g}'' \leq 0$ が仮定されている。それゆえ, 後半の均衡成長経路では $g_B = 0$ が利用されている

利潤最大化条件から上の利潤式を $x_{i,t}$ で微分して0とおき、(19)を用いれば、中間財（機械）の価格は $p_{i,t} = r/\alpha$ 。

これはすべての i について成立するので $p_{i,t}$ から機械の番号 i は省略される。

ここで、資本財市場は参入障壁がないことが前提されているので均衡における利潤は、固定費用である「設計図」の購入費（パテント）をカバーできなければならない。したがって、均衡で成立する利潤は固定費用であるパテント価格を p^A とすれば $\pi_t = p^A$ が成立する²⁰⁾

さて、機械の量はすべてそのまま資本ストックである。資本財はすべての i について同じ価格で販売されるので、同じ量だけ需要される。したがって、集計された資本ストックは $K_t = A_t x_t$ であり、以降資本財の種類番号 i は不要になる。

そこで最終財の生産関数は集計されて

$$Y_t = B_t A_t^{1-\alpha} (H_t^Y)^{1-\alpha} K_t^\alpha \quad (21)$$

となるが、後の計算においては資本ストック K を使わずに

$$Y_t = B_t (H_t^Y)^{1-\alpha} A_t x_t^\alpha \quad (22)$$

としておいた方が便利である。

B.2.3 知識生産部門

知識生産部門も競争市場であり、企業は H_t^A の人的資本ストック（労働者、ここでは「科学者」と考えればよい）を雇用し、 $A_{t+1} - A_t$ の「設計図」を生産し、 p_t^A の価格で販売する。「科学者」の生産性を δ_t とすると、

20) 通常はパテントを保持すること利益と利子率をえる利益との裁定がおきるのが、このモデルではパテントは当期限りとし、次期には売却されて、その収益は経済外のなんらかの公共的な支出に使われるとの想定を行うことで裁定方程式の煩雑さを回避している。

$$A_{t+1} - A_t = \delta_t H_t^A \quad (23)$$

ここでの「科学者の生産性」 δ_t は企業にとって与えられているが、それはすでに存在しているアイデアの数、労働者のサイズに依存しているとして、 $\delta_t = \bar{\delta} A_t^\phi L_t^{-\nu}$ とする。

パラメータ ϕ は既存知識との関係をあらわし、 $0 < \phi < 1$ と仮定する。この仮定は既存知識が多ければ（ここではそれまでに発明された資本財の種類が多ければ）生産性 δ_t は高いことを意味する（「肩車効果」）。パラメータ ν は物理的労働力のサイズとの関係をあらわし、 $0 \leq \nu < 1$ と仮定する。この仮定は労働者数が増えれば、「重複発明」が増えてきて、真に新しいアイデアの生産は労働者数の増加ほどには増えない「混雑」効果が存在することを意味する。

知識生産部門の企業の利潤は $p_t^A \delta_t H_t^A - w_t H_t^A$ なので、利潤最大化条件から $w_t = \delta_t p_A$ 。また、均衡においては最終財生産部門での賃金と知識生産部門での賃金は等しくなければならないので $\delta_t p_A = (1-\alpha) \frac{Y_t}{H_t^Y}$ 。

さて「設計図の価格」（パテント価格） p_A の大きさを決めるにあたっては少し論理を整理しなければならない。

まず最終財生産部門の企業は、中間財（機械）の価格 p_t ²¹⁾（と、賃金 w_t ）が与えられた下で利潤を最大にするように(19)で中間財 x_t の需要量を決める。

次に資本財（中間財）生産部門の企業は(20)で示される利潤が最大になるように x_t 、 p_t を決定する。その価格は $p_t = r/\alpha$ である。

ここで中間財（機械）の価格 p_t が決まったので(19)にこれを代入して

$$\frac{r}{\alpha} = B_t (H_t^Y)^{1-\alpha} (x_t)^{\alpha-1}$$

これから最終財生産部門からの需要 x_t がきまるが、(22)から、 $Y_t/A_t =$

21)すでに資本財（中間財）生産部門の検討から「機械の種類」 i は省略してもよいことが分かっているので、以下では添え字 i を省略する。

$B_t (H_t^Y)^{1-\alpha} x_t^\alpha$ なので、この式は

$$\frac{r}{\alpha} = \alpha \frac{Y_t}{A_t} x_t^{-1}$$

となり、ここから中間財（機械）の需要量は

$$x_t = \frac{\alpha^2 Y_t / A_t}{r_t}$$

この x_t を(20)に代入して最大化された π_t が得られ、それが p^A であるから

$$p^A = \pi_t = \alpha(1-\alpha) \frac{Y_t}{A_t}$$

こうして、得られた p^A と $\delta_t p^A = (1-\alpha) \frac{Y_t}{H_t^Y}$ から $H_t = A_t / \alpha \delta_t$ 。これと δ_t の定義、および $H_t = h_t L_t$ を(23)に代入して

$$A_{t+1} = \bar{\delta} A_t^\phi h_t L_t^{1-\nu} - \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) A_t \quad (24)$$

最後に、 $N_{t+1} = n_t N_t$ であり、一人の子どもにつき τ 分の時間的費用がかかることを考慮すれば、生産活動に向けられる労働力 L_t は $L_t = (1-\tau n_t) N_t$ である。

物的資本ストック K_t は1世代で完全に使い切ると仮定する。すると総貯蓄 $s_t N_t$ が時期の資本ストックとなるので $K_{t+1} = s_t N_t$ 。

これらと(15)の s_t に(18)の w_t を代入し、(21)と $H_t = A_t / \alpha \delta_t$ から

$$K_{t+1} = \tilde{B}_t K_t^\alpha A_t^{1-\alpha-\alpha(1-\phi)} h_t L_t^{1-\nu\alpha} \quad (25)$$

ここで、 $\tilde{B}_t \equiv \frac{B_t \beta (1-\alpha) (\alpha \bar{\delta})^\alpha}{(1-\tau n_t)(1+\beta+\eta)}$

モデルは以上で完結する。

B.3 均衡経路上での成長率

変数 x の増加率（変化率）を g_x と表示すると、均衡成長経路ではすべての

経済変数について $\dot{g}_x = 0$ 。

これを持ちいて $\dot{g}_A = 0$ と(24)から、本文中の(7)を得る。均衡成長経路では $w_t h_t$ が継続的に増加しているので(4), (5)を用い、 $\nu = 0$ のケースにおいて、(7) (の真ん中部分) を使うことで本文中(9)の成長率を得る。

均衡では L_t と N_t は同じ率で変化するので、 $L_{t+1}/L_t = n_t$ である。そこで $H_t = h_t L_t$ から、 $H_{t+1}/H_t = n_t h_{t+1}/h_t$ 。ここでも(4), (5)を用いれば、本文中(10)を得る。

$\dot{g}_K = 0$ であることから、(25)および、(7)を用いて h_{t+1}/h_t を代入することで本文中(11)を得る。

さらに、 $H_t^Y = A_t/\alpha\sigma_t$ を(21)に代入して g_Y を得た後で、 $y = Y_t/L_t$ から g_y を求め、すでに得られた g_A , g_K を用いて本文中の(12)を得る。

ここでも(4), (5)を用いれば、本文中(13)を得ることができる。

参 考 文 献

- Becker, Gary (1960) "An Economic Analysis of Fertility," in *Demographic and Economic Change in Developed Countries* : National Bureau of Economic Research, Inc, pp. 209-240.
- FUTAGAMI, Koichi and Kunihiko KONISHI (2017) 「Population Dynamics, Longer Life Expectancy, and Child-Rearing Policies in an R&D-based Growth Model with Overlapping Generations」, 『経済分析』, 第193巻, 21-49頁.
- Hayashi, Fumio and Edward C. Prescott (2002) "The 1990s in Japan : A Lost Decade," *Review of Economic Dynamics*, Vol. 5, pp. 206-235.
- Jones, Charles I. (2005) "Growth and Ideas," in Aghion and S. N. Durlauf eds. *Handbook of Economic Growth*, Vol. 1 B, Chap. 16, pp. 1063-1111.
- Nakagawa, M., A. Oura, and Y Sugimoto (2015) "Notes on Economic Growth with Scale Effects : Is Depopulation Compatible with Growth?" *Theoretical Economics Letters*, Vol. 5, pp. 169-178.
- Romer, P. M (1990) "Endogenous technological change," *Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 5, pp. S71-S102.
- Solow, Robert (1956) "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 70, No. 1, pp. 65-94.
- Strulik, Holger, Klaus Prettnner, and Alexia Prskawetz (2012) "The past and future of knowledge-based growth," Center for European, Governance and Economic Development Research

Discussion Papers 140, University of Goettingen, Department of Economics.

加藤久和 (2007) 『人口経済学』, 日本経済新聞出版社.

川本卓司 (2004) 「日本経済の技術進歩率計測の試み: 「修正ソロー残差」は失われた10年について何を語るか?」, 『金融研究』, 第23巻, 第4号, 147-186頁.

平田渉 (2011) 「人口と経済成長: 経済成長理論からのレッスン」, Working Paper 11-J-5, 日本銀行.