

松 山 大 学 論 集  
第 29 卷 第 1 号 抜 刷  
2 0 1 7 年 4 月 発 行

## 空間構造を伴う繰り返し囚人のジレンマゲーム

安 田 俊 一

# 空間構造を伴う繰り返し囚人のジレンマゲーム\*

安 田 俊 一

## 1 は じ め に

集団による囚人のジレンマゲームは空間構造を伴って分析されることがある。生物学でゲームが応用される場合、対象とする集団の空間的な分布が集団とそれを構成する個体の行動とその結果に影響を与えるからだ。

生物の多くは“群れ”ており、それらの群れはより大きな視点からすれば構造をなしている。個体からなる小さな群れは比較的狭い地域に固まっているが、そうした群れはより広い地域に群れごとに分布している。その分布のありようが構造をつくり出す。

小さな群れは其中でさまざまな事柄を巡って競争を行っている（例えば「餌」や「水」）が、事柄が変われば競争の単位は異なる。例えば魚の群れは、その中や近隣の群れとの間では各個体が食料を巡って争っているが、捕食者から逃げる行動ではその群れは「固まり」として行動する。こうしたある事柄を巡って競争を行う単位となる集団は“trait groups”と呼ばれ、それらのグループからなるより広範囲な構造を“structured demes”と呼ぶ。

“deme”という概念は、その中にあるすべての個体が等しく交配し、子孫を残す機会を持つ集団である。一方“trait groups”は個体がその中で競争している集団に当たる。例えば花が群生しているとする。その花の固まりの中では個体同士が水や日光を巡って競争状態にある（trait groups）。一方、その花は花

---

\* 本論文は2015年度松山大学特別研究助成の成果である。

粉を飛ばして交配を行うが、その範囲は競争状態にある範囲より広く、他の集団をも含む (demes)<sup>1)</sup>

集団による囚人のジレンマゲームのシミュレーションの多くでは、集団を構成する個体はどれも等しく交配のチャンスを持っているので“demes”であるけれども、集団の中での「固まり」が作られていなければ“trait groups”ではないので、その集団は“structured demes”ではない。

集団による繰り返し囚人のジレンマゲームに空間構造を設定して“structured demes”を持たせる方向へ拡張したのが Ishibuchi and Namikawa (2005) ; Hisao Ishibuchi and Nojima (2011) である。彼らはトーラス構造をもつ格子状に配置された個体に対して、“trait groups”の構造と、“demes”の構造を導入した。格子状に配置された同一の個体からなる集団に、「近隣構造 (neighborhood structures)」として、「その中でゲームを行う近隣集団」と「その中で交配を行う近隣集団」の2種類を導入し、交配については遺伝的アルゴリズムを適用することで“structured demes”を導入したのである。

筆者は Nowak and Sigmund (1990, 1992) で導入された確率的な戦略を持つ個体による繰り返し囚人のジレンマゲームに遺伝的アルゴリズムを適用してきた<sup>2)</sup>

この手法は性質の異なる個体を  $\{p, q | 0 \leq p, q \leq 1\}$  平面、すなわち長さ1の正方形上の点として表すことができるため、一種の「空間構造」を持つともいえるが、すべての個体が正方形の全領域でゲームを行い、交配の範囲も全領域であるという意味で“structured demes”ではない。

本論文の目的は、個別に性質が異なる個体からなる集団に、Ishibuchi 等が導入した“structured demes”を導入したシミュレーションを行い、集団が協力を達成する過程を分析することである。

動物でも人間でも、同じ“trait groups”の中にあっても、個々の個体は完全

---

1) Wilson (1977) による説明。“trait groups”の概念を提唱したのも Wilson である。

2) 安田俊一 (2001, 2005)

に同一であるわけではない。その意味で性質が異なる個体からなる集団に“structured demes”を導入することで、より現実に近い状態でのシミュレーションを行うことができる。

シミュレーション結果からは Ishibuchi 等の結果と異なり、交配のための近隣集団を導入するとその集団が「固着」してしまうことで集団全体の協力への進化が阻まれるが、逆に完全な裏切りへ進化することがないため、集団全体での平均利得は高い状態で推移するか、低くても完全な裏切り状態に陥らない状態で推移し、それが安定的に持続することが示される。

## 2 シミュレーション概要

### 2.1 基本ゲーム設定

前提となる囚人のジレンマゲームの利得構造は一般的なものである。プレイヤーは「協力 (C)」と「裏切り (D)」の2つの選択肢を持ち、2人のプレイヤーがお互いに意思疎通なく選択を行う。両方のプレイヤーがCを選択した場合にはプレイヤーの利得は2人とも「3」である。一方のプレイヤーがC、他のプレイヤーがDを選択した場合は、Dを選択したプレイヤーは高い利得「5」を得るがそのときCを選択したプレイヤーの利得は「0」である。双方がDを選択した場合は双方とも低い利得「1」しか得られない。

双方ともにCを選択した場合が双方ともに望ましい（パレート最適）ことは分かっているが、自分がCを選択したとき相手にDを出されると自分の利得は最悪になってしまうので結局Dを出してしまう。

(D, D) はナッシュ均衡になっており、一回限りのゲームを行う限り (C, C) という協力解は出てこない。1回限りのゲームではなく、引き続き繰り返してゲームを行う場合に、どのように協力解が生まれてくるのかを分析するのが「繰り返し囚人のジレンマゲーム」である。

2人のプレイヤーによる1回だけのゲームではなく、プレイヤーの集団を考え、その集団の中で繰り返しゲームを行った場合、集団の中に協力解が発生し

てくる過程は主にコンピュータシミュレーションによって分析されてきた。

ゲームを繰り返し行う場合、過去の対戦結果が次のゲームにおけるプレイヤーの選択に影響を与えるような設定を行い、一種の「学習プロセス」のような機構をプレイヤーに組み込むことで集団中で協力解が進化してくることが知られている。こうした機構をコンピュータシミュレーション上で実装する手法が「遺伝的アルゴリズム」である<sup>3)</sup>。

本稿での囚人のジレンマゲームにおいてプレイヤーが行う選択は、Axelrod や Ishibuchi 等が設定しているように、過去のある状況のパターンに応じて確定的に C か D を出す、と決めるのではなく、Nowak & Sigmund が適応した「確率的な戦略」とする。つまり、「相手が前回 C であった場合に今回自分が C を出す確率 ( $p$ )」と「前回相手が D であった場合に今回自分が C を出す確率 ( $q$ )」の組を戦略とする。

このように各個体の戦略を確率の組 ( $p, q$ ) で表すことで、各個体は  $0 \leq (p, q) \leq 1$  の正方形の中の 1 点として表すことができる。

$p$  軸は「相手が協力してくれたことに対する“報恩”の程度」と解釈することができ、 $q$  軸は ( $1-q$  の大きさによって)「相手が裏切ったことに対する“報復”の程度」と解釈することができる<sup>4)</sup>。

すると、長さ 1 の正方形の中に散布している各点は、その位置によって個体の性質を示すことになる。水平方向 ( $p$  軸方向) のより右側に位置する個体は報恩の程度が高く、いわば「礼儀正しい」。一方垂直方向 ( $q$  軸方向) のより下側に位置する個体は報復の程度が高い。例えば、正方形の右下に位置する個体は「しっぺ返し」(相手の裏切りには裏切りを持って対応し、相手の協力には協力に対応する) 戦略の性質が高いことになる。

もちろん ( $p, q$ ) は確率であるから、確定的な行動を決めているわけではな

3) Axelrod (1987) が最初に繰り返し囚人のジレンマゲームに遺伝的アルゴリズムを応用した。その後多くの研究で遺伝的アルゴリズムを組み込んだシミュレーションが生まれてきている。

4) 安田俊一 (2014)

いので、「よりそうなりがち」という性質を意味することになり、全体の集団の中での個体が持つ「傾向」や「性質」を表しているものと解釈できる。

$(p, q)$  の大きさによる「性質」の特徴は以下の通りである。

**あまのじゃく領域：領域 1** 正方形の左上の領域。 $(0 \leq p < 0.5, 0.5 \leq q \leq 1)$

にある個体は、報恩も報復の程度も弱い。相手の協力に対して応えず、裏切りに対しては報復しない傾向がある。

**お人好し領域：領域 2** 正方形の右上の領域。 $(0.5 \leq p \leq 1, 0.5 \leq q \leq 1)$  に

ある個体は報恩の程度が強く、報復の程度は低い。相手の手に関わらず協力する傾向にある。完全な「C 戦略者」( $p = 1, q = 1$ ) はこの領域の右上端点になる。

**裏切り領域：領域 3** 正方形の左下の領域。 $(0 \leq p < 0.5, 0 \leq q < 0.5)$  にあ

る個体は報恩の程度が弱く、報復の程度が強い。相手の手に関わらず裏切る傾向にある。完全な「D 戦略者」( $p = 0, q = 0$ ) はこの領域の左下端点になる。

**互惠主義者領域：領域 4** 正方形の右下の領域。 $(0.5 \leq p \leq 1, 0 \leq q < 0.5)$

にある個体は、報恩の程度も報復の程度も強い。前回の相手の協力に対しては協力で、裏切りに対しては裏切りで報いる傾向にある。完全な互惠主義者である TFT (Tit-For-Tat: 「しっぺ返し」) 個体 ( $p = 1, q = 0$ ) はこの領域の右下端点になる。

## 2.2 空間構造

Ishibuchi 等は一連のシミュレーションにおいて、1 を「協力」、0 を「裏切り」とする 3 ビットもしくは 5 ビットの長さを持つバイナリ配列を個体の戦略として定義した。

先頭ビットは「ゲームの最初に出す手」とする。続く 2 ビットをそれぞれ「前回の相手の手」に対して自分が今回出す手に対応させると 3 ビットの長さ

の戦略となる。例えば「101」という配列は、最初に自分が協力し（1）、前回の相手の裏切りに対しては自分も裏切り（0）、相手の協力に対しては自分も協力（1）するので「しっぺ返し」戦略を表すことになる。同様に5ビットのフォーマットでは先頭ビットを最初に出す手として、続く4ビットで（前回自分が出した手、前回相手が出した手）の4つの組み合わせに今回の自分の手を対応させる。これは状況（前回の相手や自分の出した手の履歴）への対応が確定しているので確定的な戦略である。

彼らはこの確定的な戦略であるバイナリ配列に対して、それぞれに区間(0, 1)の間の乱数を対応させ、その実数を「Cを出す確率」とすることで確率的戦略とした<sup>5)</sup>。したがって、彼らの定義する「確率的戦略」は、3ビットの場合は本稿と同じ意味を持つが、5ビットの場合は本稿で使用している「確率的戦略」とは意味が異なることに注意しておく。

さて、彼らはこうした戦略をもつ個体をトラス構造を持つ格子(グリッド)上に多数配置し、それらのプレイヤーの間でのゲームをシミュレートしている。その際に「近隣構造」として「ゲームを行う近隣構造  $N_{IPD}$ 」と「交配を行う近隣構造  $N_{GA}$ 」を導入した。

「近隣構造」はあるプレイヤーを中心として、そのプレイヤーを含んだ「近隣」の個体を集めた「小グループ」であり、最も小さいものだと、あるプレイヤーを中心として、グリッドの上下、左右1つずつの「十字形」をしており、この場合の近隣構造には合計5個の個体が含まれる。同様に中心となるプレイヤーを取り囲む正方形なら合計9個、さらにその外側の周囲を含めると25個の個体を含む集合ができる。彼らは全体を含めて7種類の「近隣構造」を導入している<sup>6)</sup>。

各プレイヤーはそれぞれ自分を中心とした  $N_{IPD}$  の中の個体と囚人のジレンマゲーム（利得構造は本稿と同じ）を100回繰り返し行い、その平均利得が計

---

5) 彼らは、これに加えてこの実数が0.5を超えた場合は「C」、0.5未満であれば「D」を対応させることで実数配列による確定的な戦略も定義している。

算される。すべての個体について  $N_{IPD}$  上でのゲームが終了したら、つづいて  $N_{GA}$  に属する集団の中で、選択・交叉・突然変異の遺伝的アルゴリズムが行われて次世代の集団が作られる。したがって、 $N_{IPD}$  が上述の trait groups に対応し、 $N_{GA}$  が demes に対応していることになる。

$N_{IPD}$  と  $N_{GA}$  のサイズを組み合わせることで 49 通りの組み合わせ（全体的場合を含めて  $7 \times 7$  通り）ができ、それぞれの場合で集団平均利得を計算すれば、どのような組み合わせの時に協力が達成されやすいかを見ることができる。

集団平均利得が 3 になれば集団全体が協力を達成していることになるし、1 に近ければ、それだけ集団内では協力を達成した個体が少ないことになる。

彼らのシミュレーション結果では、確定的な戦略の場合には  $N_{IPD}$  のサイズと  $N_{GA}$  サイズのほぼすべての組み合わせにおいて集団は協力を達成している。一方確率的な戦略の場合は  $N_{IPD}$  と  $N_{GA}$  のサイズが小さい場合ほど協力が達成されやすい。

彼らのシミュレーションにおける設定では、各個体の戦略の初期状態はランダムであるので、性質の異なる個体が空間上にランダムに配置されていることになる。そこへ近隣構造を持ち込むのであるから、 $N_{IPD}$  によって分割された、（全体集団に比較すると）小さなサイズの集団内でのゲームを繰り返すことと同じである。ただし、 $N_{IPD}$  のサイズが 5 を超えた場合には  $N_{IPD}$  に含まれる個体をランダムに 5 つ取り出し、その 5 個体の間でゲームを行っているので  $N_{IPD}$  のサイズが異なってもゲームを行う個体数は一定である<sup>7)</sup>。

本稿では、安田俊一（2014）で行った基本的なゲーム設定に、Ishibuchi 等の

6) Hisao Ishibuchi and Nojima (2011) では  $11 \times 11$  のグリッドを用意し、その中にそこに含まれるプレイヤー数が 5, 9, 13, 25, 41, 49, 121 の構造を導入している。121 は全集団でのゲームである。ただし、空間がトーラス構造を持っているため、各プレイヤーの近隣構造は全集団の場合でも重複することとなる。

7)  $N_{IPD}$  のサイズが大きくなると、 $N_{IPD}$  内のすべての個体による「総当たり戦」を実行するには CPU の消費時間が莫大なものになるという理由からそのような設定がなされているのであるが (Ishibuchi and Namikawa (2005)), ゲームに参加する個体数を一定にすることで近隣構造のサイズによる効果のみに焦点をあてているともいえる。



近隣構造を以下のように導入する。

- 個体の戦略は上述のように確率的であって、しかもその戦略自体が正方形内での位置を表すことから、今回についてはトラス構造を入れない。そこで、 $p$  軸、 $q$  軸をそれぞれ4つに分割し、正方形を16個の小正方形に区分して、それを  $N_{IPD}$  とする。したがって  $N_{IPD}$  は重複しない。こうすることで、各区分の個体数はそれぞれ異なったものになるが、これは自然界での群れに属する個体は、群れごとに異なることからすれば、より自然な想定である。
- 各個体が行うゲームはその個体が属する区分内のすべての個体とゲームを行う「総当たり戦」とする。上述のように Ishibuchi 等が行ったシミュレーションは、対戦相手を（自分を含めた）5個体としているが、本稿の確率的な戦略では遺伝的アルゴリズムの過程でその個体が消滅することがあり得るため区分内の個体数は一定しない。そこで区分内のすべての個体の間での総当たり戦を行うこととする。
- $p$  軸、 $q$  軸を  $p = 0.5$ ,  $q = 0.5$  で区分し、全体で4つの領域を作り、それらを  $N_{GA}$  とする。この  $N_{GA}$  の設定は上記の、個体の性質を表す領域と同じである。

この想定により、競争を行う集団 (trait groups) の空間よりも交配を行う空間の方が広い、という意味で、より自然に近い状態で structured demes を導入している。

シミュレーションの流れは以下の通りである。

1. 個体 (確率的戦略 ( $p$ ,  $q$ ) の組) を 100 個、ランダムに発生させる。
2.  $N_{IPD}$  の区分内で、100 回の囚人のジレンマゲームを総当たり戦で行い、1 個体 1 回あたりの平均利得を計算する。それをすべての区分について

行う。

3.  $N_{GA}$  に含まれる個体を集め、平均利得の大きさに従って、「親」となる個体を選択する。ただしその際に参考にする平均利得は Goldberg (1989) の線形スケーリングを行った値である<sup>8)</sup>
4. 選択された親をランダムに交配し、確率 0.6 で一点交叉、1 ビットあたり確率 0.001 で反転する突然変異をほどこし、 $N_{GA}$  内の個体をすべて入れ替える。この遺伝的アルゴリズム過程をすべての  $N_{GA}$  区分で行う。
5. 以上の過程を「1 世代」とし、500 世代を繰り返す。

遺伝子型は長さ 20 ビットのバイナリ配列である。それを前半 10 ビット、後半 10 ビットに分けて、それぞれを Gray コードとして 10 進数に変換し<sup>9)</sup>、その値を  $2^{10}-1$  で除して (0, 1) 間の実数としている<sup>10)</sup>。前半 10 ビットから計算される実数を  $p$ 、後半 10 ビットから計算される実数を  $q$  としている。

### 3 シミュレーション結果

#### 3.1 参照ケース

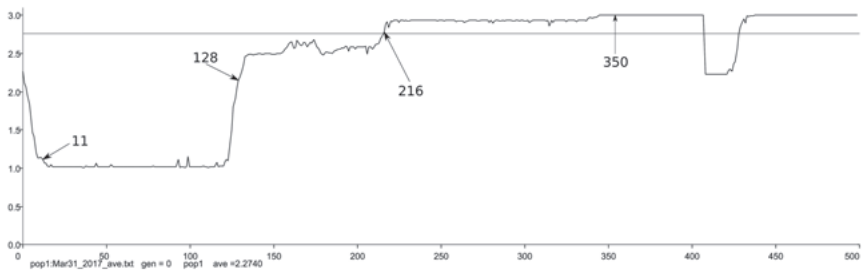


図1 参照ケース：空間構造がない場合の平均利得推移

8) 集団内の平均的な利得をあげた個体が一個の子孫を残せることが期待できるように変換された利得。

9) 安田（前掲）で示したように、Gray コードによるコーディングでは通常のバイナリコーディングよりも比較的協力への収束が起きやすいことが分かっている。

10) シミュレーションプログラムは Java 8 で実装し、Windows 10 上で実行した。

まず、比較の参照となるケースとして、structured demesを導入しない場合のシミュレーション結果を示す。このシミュレーションは本質的に安田(前掲)と同じであるが、そこで想定した無限繰り返しゲームではなく、有限(100回)の繰り返しゲームを行う点が異なる。この想定は、Ishibuchi等の方法に合わせたということもあるが、ある限られた領域内である個体が他の複数の個体と競争していく状況を表現するには、特定の個体と無限繰り返しゲームを行う前著での想定よりは、領域内の他のすべての個体と有限回数ゲームを繰り返す想定の方がより適合性がある。無限繰り返しゲームでは、個体の利得はその個体を持つ確率的戦略( $p, q$ )の大きさに一意に決定されていたが、ゲームを有限にした場合は、それぞれのゲームの結果に応じて利得も変化する<sup>11)</sup>

$N_{IPD}$ ,  $N_{GA}$ を導入しない、比較のための参照ケースは集団全体で総当たりで100回の繰り返しゲームを行い、集団全体を対象に親が選択され、遺伝的アルゴリズムが適用される。

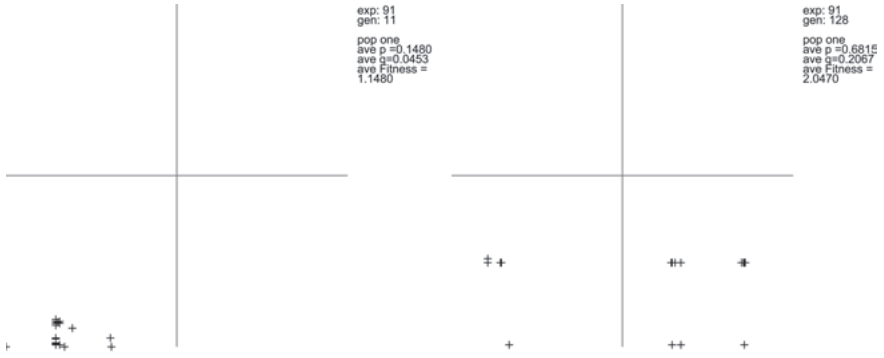
図1は、このケースでの集団平均値の推移である。また、図2に図1内に示した世代での集団内の個体分布状態を示す。

集団全体の平均利得と集団中の個体分布は安田(前掲書)で示した動きとほとんど変わらない。集団全体の平均利得が2.76以上であれば、集団が「協力へ収束した」とみなし、平均利得が1.56以下であれば「裏切りへ収束した」とみなす<sup>12)</sup>。図中には協力への収束レベルである平均利得2.76の値を水平線で示している。

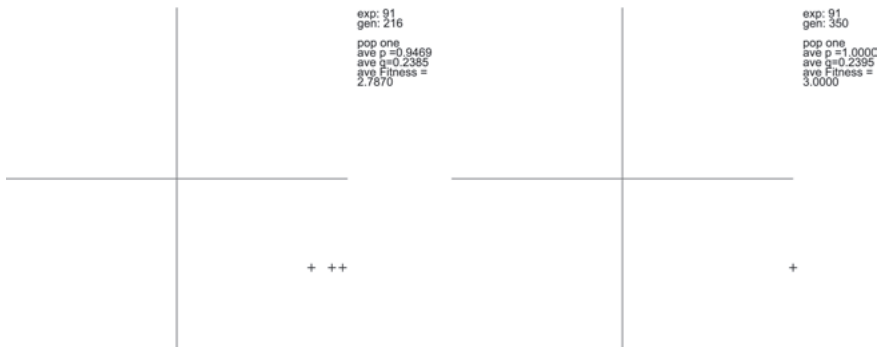
ランダムに生成された初期状態から、集団は報恩が弱まる方向(左方向)へ進化し、11世代にはほとんどの個体が左下、「裏切り領域」に集中する(図2上段左)。13世代あたりから80世代までその状態が続き、集団の平均値は1

11) もちろん無限にこのシミュレーションを繰り返せば、結局個体を持つ確率的戦略( $p, q$ )の大きさに決まる無限繰り返しゲームの値に収束することにはなるが、100回程度の繰り返しでの値は収束値とはかなり異なる。

12) 2.76は集団中の8割がC戦略をとっている場合、1.56は逆に8割の個体がD戦略をとっている場合に対応する。



(a) 11 世代：裏切りへの収束状態（左），128 世代：協力の収束へ向かう状態（右）



(b) 216 世代：協力への収束（左），350 世代：協力の維持（右）

図 2 図 1 での各世代の分布状態

前後で推移する。続いて今度は報恩が強まる方向（右方向）に集団が進化するにしたがって，集団の平均利得は急速に上昇していく。この過程である 128 世代の個体分布を見ると報恩軸（横軸）の右側へ集団中の個体が集まってきている（図 2 上段右）のが分かる。そして 216 世代で協力へ収束を示す 2.76 ラインを超えて集団が協力へ収束した時には，すべての個体が領域 4「互恵主義者領域」へ集中していることが分かる（図 2 下段左）。その後，この集団は 400 世代あ

たりで一度協力が崩壊するものの短期間で再び協力へ収束し、それ以降は協力状態を持続した。

「完全な協力」状態である集団の平均利得 3.0 を獲得した 350 世代での集団内個体分布は図 2 下段右にあるように、「互恵主義者領域」の 1 点に集中している。<sup>13)</sup>

### 3.2 $N_{IPD}$ , $N_{GA}$ 導入ケース

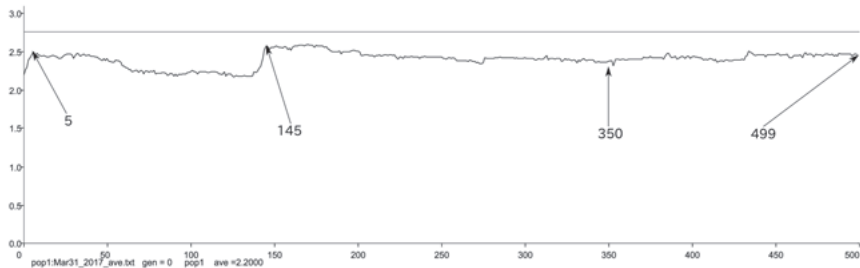


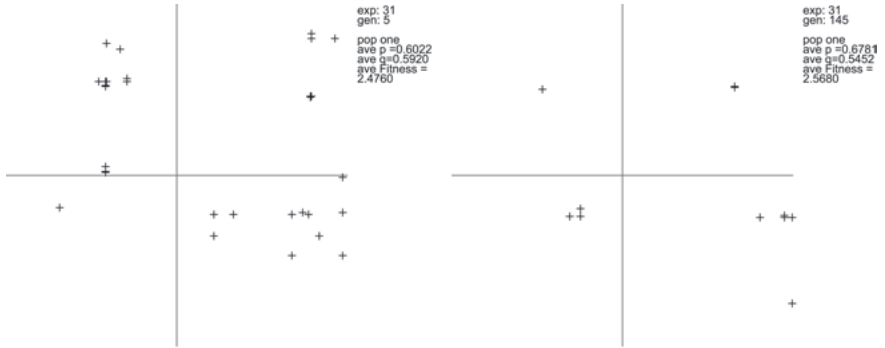
図 3 ゲーム領域と交配を設定した場合の平均利得推移

ここでは、上記の参照ケースに、各個体がゲームを行う領域である  $N_{IPD}$  とゲームによって得た利得に基づいて交配を行う領域である  $N_{GA}$  を導入する。ここではすでに述べたように、自然界で一般的であるように  $N_{IPD}$  より  $N_{GA}$  の方を大きくなるように設定する。

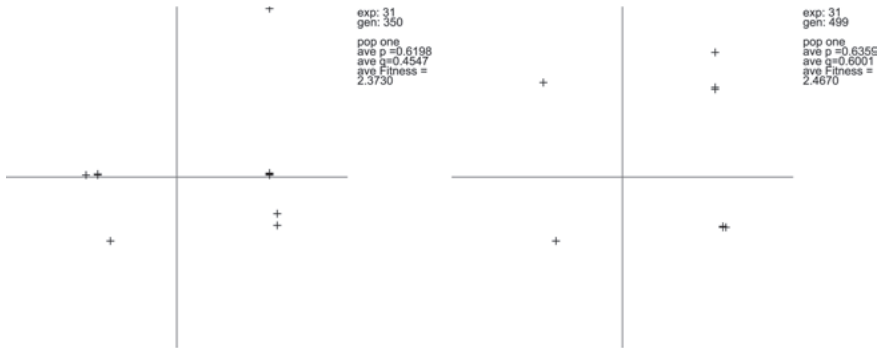
具体的には集団全体が分布している長さ 1 の正方形を、 $p$  軸（横軸）、 $q$  軸（縦軸）を  $4 \times 4$  に均等に分割し、正方形を 16 の小領域に区分する。各区分の大きさは等しくなるように、 $(p, q)$  の軸を  $(0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0)$  の値で区切っている。

交配領域は  $(p, q)$  の軸を  $(0, 0.5, 1.0)$  で区切って  $2 \times 2$  の 4 領域とする。

13) この点の座標は  $(p, q) = (1.0, 0.24)$  であり、完全な互恵主義者である TFT 個体の座標  $(1.0, 0)$  と比較すると、「より寛容」であることを示している。このことは Nowak and Sigmund (1992) が replicator dynamics で示した結論と同じであり興味深い。



(a) 5 世代：開始直後（左），143 世代：平均利得の上昇（右）



(b) 350 世代：安定状態（左），499 世代：最終状態（右）

図 4 図 3 での個体分布

この 4 領域は前述の個体の性質で区分した領域と同じである。したがって、交配は同じような性質を持った個体間で行われることになる。

このように領域を区分して空間構造を導入した場合の典型例を以下で示そう。まず集団全体の平均利得の推移（図 3），このケースでの個体分布（図 4）を示す。500 世代まで GA を繰り返したこのシミュレーションでは，Ishibuchi 等の結果と異なり，structured demes を導入すると，集団に協力への収束は見

られなくなった。

しかしながら、図3に見られるように、集団全体の平均利得は2.5近くで推移している。これは集団中の6割から7割が協力を達成している状態であり、ランダムな分布で得られる集団の利得平均値2.25よりは高い。また、集団全体の平均利得は安定的に推移しており、参照ケースと比較すると変動がほとんどみられない。

次に集団中の個体分布の推移をみよう。

図4上段右に示した開始直後の5世代では、参照ケースと異なり、集団は左方向（より報恩的でない方向）や下方向（より報復的な方向）へ移動せず、右方向あるいは上方向へ移動している。これは集団がより礼儀正しく、寛容な方向へ進化していることを示す。その結果集団全体の平均利得は上昇している。この傾向はしばらく続いて、145世代では、より右側（報恩が強い）に個体が集中し、集団全体の平均利得はより高くなるが、協力へ収束するまでには至らない。その後若干集団平均利得は低下するが、裏切りへの集中までには低下せず、その水準で安定的に推移する。その最中の350世代をみると、個体の多くが $q=0.5$ 、つまり報復に関しては中立的である部分に集まっており、領域ごとの極端な偏りが見られない。この状況は大きく変化せず、シミュレーションの最終世代である499世代でも4つの領域すべてに個体が残っている。

Ishibuchi等の設定と異なり、本稿のモデルでは領域内の個体数が遺伝的アルゴリズムの過程で変動する。そこで、同じく図3の場合について各領域の個体数変化と領域ごとの平均利得<sup>14)</sup>の推移を図5、6に示す。

図5のグラフからは、各領域の個体数自体は変動するものの、いずれかの領域に固まってそのままの個体数を維持する傾向がみられない。図6をみると、

14) 個体の利得を個体の性質を区分した4つの領域内のみで平均したもの。淘汰の結果、領域に個体がない場合がでてくるが、その場合は当該領域の平均利得は0とする。なお、競争領域 $N_{FD}$ に個体が1つしかなかった場合は、ゲームができないのでその個体の利得は0として計算している。

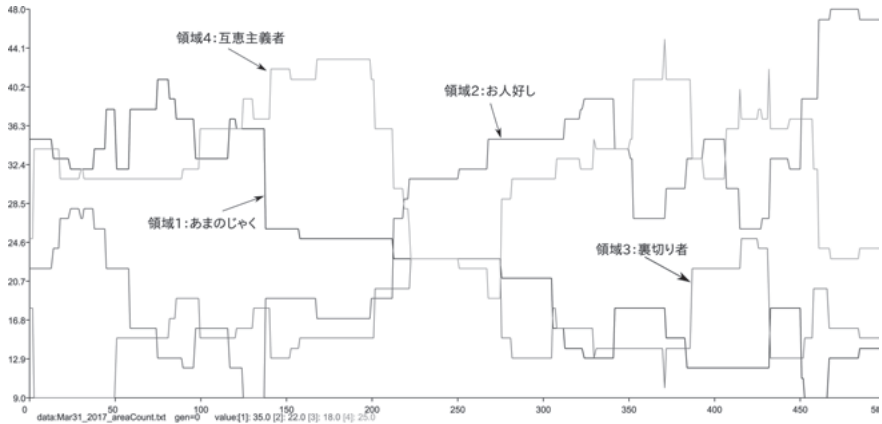


図5 図3実験での各領域個体数変化

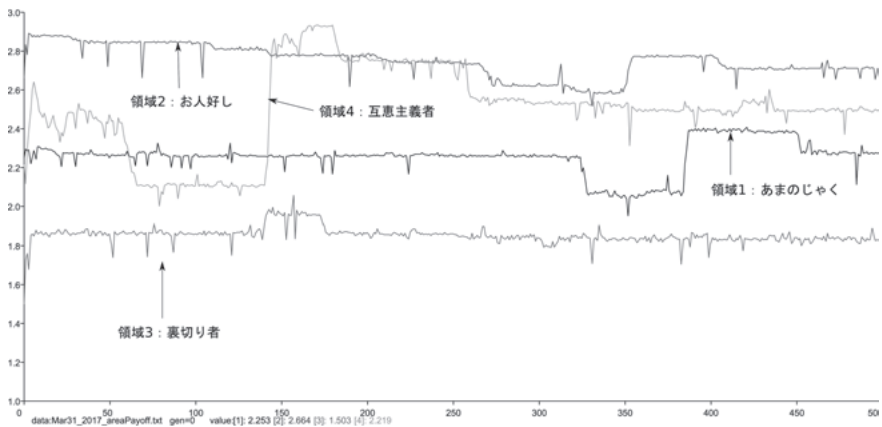


図6 図3実験での各領域平均値推移

図4に示した5世代では、領域1（あまのじゃく）、領域2（お人好し）、領域3（裏切り者）、領域4（互惠主義者）それぞれ35, 22, 9, 34の個体があり、領域3（裏切り者）の個体数が一番小さいものの、これ以降も0になることはない<sup>15)</sup> 集団全体の平均利得が上昇する145世代においても各領域の個体数は



26, 19, 13, 42 であるので、この世代では領域3（裏切り者）の個体はむしろ増えている。

145 世代での集団利得の上昇は図5からは領域4（互惠主義者）の個体数が上昇しており、図6から読み取れるように140 世代からの領域4（互惠主義者）での平均利得が急速に増加したことからもたらされていることが分かる。

また、このとき領域3（裏切り者）の平均利得も上昇している。領域3（裏切り者）にも個体は残っているが図4上段右からわかるように、領域3でも比較的報復が弱く報恩が強い箇所、いわば「中間的」な箇所に個体が集中している。領域の中でも中間的な箇所であるということは、完全な裏切り個体である  $p=0, q=0$ （前回相手がCであろうとDであろうと、今回自分がCを出す確率は0）と比較するとはるかに協力的である。

ゲームを行う領域は、各個体の性質を区分している上記の4 領域の中をさらに4 つに分割した（全体では16 分割された）小領域にある個体間で行われる。つまり個体の性質を示すものとして（また、交配領域として）設定している4 つの領域よりも小さく設定してある。

すると個体の性質を表す4 領域よりもさらに「似たもの同士」の間でゲームが行われることになり、例えば領域3のさらに細かく区分された左下の領域（ $0 < p, q < 0.25$ ）にある個体では（D, D）を繰り返す可能性が高く、平均利得は1に近くなる。一方交配の範囲はゲーム領域よりも広いため、もっと寛容で礼儀正しい個体（こうした個体同士の対戦では平均利得は高くなりがちだ）に淘汰され、同じ領域の中でも平均利得は高くなる。このことが領域3の平均利得をより高める方向へ作用している。

図6から分かるように、各領域の平均利得は領域4（互惠主義者）で変化があるが、他の領域では初期状態から少し増加した水準でほぼ安定している。領域1（あまのじゃく）、領域2（お人好し）でも平均利得の上昇や低下が見ら

---

15) 図5の最低点は領域の個体数をもっとも少ない数を示しており、0ではないことに注意。

れるが、おおむね安定していると言ってよい。上述のように領域3（裏切り者）の平均利得も、完全な裏切りで到達する利得1よりは高く、同じ領域3の中でも個体がより右上の方向へ進化してきていることを示している<sup>16)</sup>

このように領域内でもより協力的な方向へ進化がおきるにもかかわらず、交配領域が限られているため、その領域内に「残る」個体が消滅しにくい。このことは、集団全体としてみたときに比較的利得が低い個体がずっと残ってしまうことを意味するので、集団全体の平均利得は高い水準で推移しても、完全な協力を達成した際に到達する水準ほどには高くない。

この節の最初に述べたように、この設定でのシミュレーションでは、集団全体が協力へ進化したことを示す「集団全体の平均利得 2.76」へは到達しない。また逆に全体的な裏切り状態「集団全体の平均利得 1.56」にも到達しない。

本稿のように確率的な戦略を設定して、それ自体が遺伝的アルゴリズムを通して変化し、生成消滅を行うようなゲームに空間構造を導入すると集団全体の平均利得はランダムな分布の場合より高い水準で安定的に推移するのである。

このことを参照ケースでの領域ごとの個体数推移（図7）と領域ごとの平均利得推移（図8）と図5、図6との比較から確認しよう。

一見して分かるように、領域ごとの個体数についても、領域ごとの平均利得についても推移のようすが全く異なる。

図7の参照ケースの場合、領域1（あまのじゃく）は8世代目で消滅してしまい、99世代に5個体が発生するが、そのほかはたまに1-2個体が発生するのみでほとんどの世代で0である。領域2（お人好し）は同じように8世代目で消滅した後、153世代から178世代にかけて、最大で40個体が発生、ふたたび消滅し、432世代から439世代の短い間にまた最大34個体が発生している。

この2つの領域に比べて、主要な動きを示すのが領域3（裏切り者）と領域

---

16) ただし、このグラフは見やすくするために軸のスケールを小さく取っており、領域間の平均利得の差は1/10のオーダーであることに注意しておく。

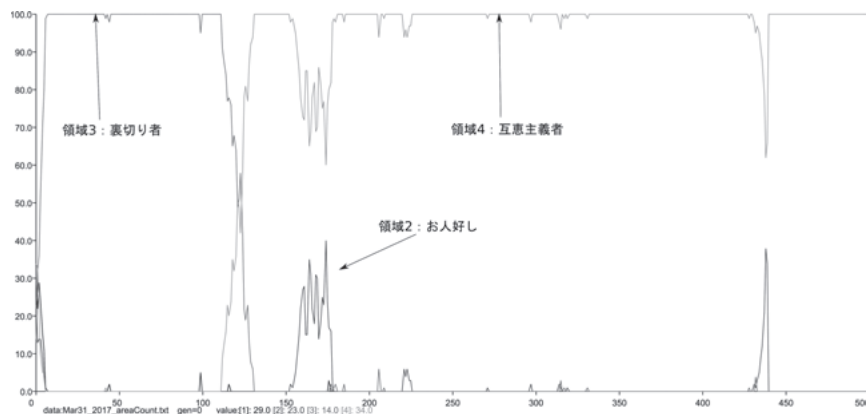


図7 図1実験（参照ケース）での各領域個体数変化

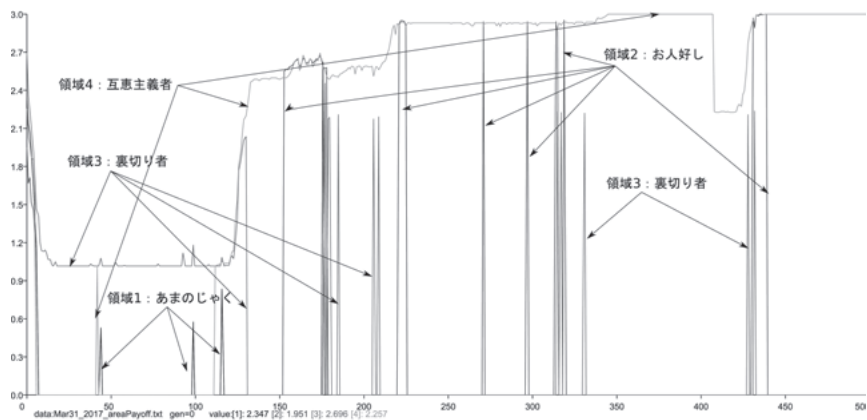


図8 図1実験（参照ケース）での各領域平均値推移

4（互惠主義者）で、開始直後に急速に100個体（集団のすべて）に増加した領域3（裏切り者）は111世代から急速に減少し、131世代で消滅する。代わって領域4（互惠主義者）は領域1、領域2と同様に早い世代でいったん消滅するが、領域3（裏切り者）と交替する形で111世代から急速に増加し、131世代

で集団のすべての個体が領域4（互惠主義者）となる。その後この領域の個体数が減少すると領域2（お人好し）の増加とが対応する形で推移する。

図8に示した参照ケースにおける領域ごとの平均利得の動きも、空間構造を導入したケースでの図6とはまったく異なる動きをしている。参照ケースにおいては領域4（互惠主義者）の動きが主要であり、他の領域の動きはごく短い期間に突発的に上昇し、他の期間は0の場合が多い。領域3（裏切り者）は120世代あたりまで完全な裏切りである平均値1で推移するが、おそらくその後領域内でもより右側に寄った報恩的な（礼儀正しい）個体の発生から平均値を急速に増加させた後、領域内の個体が消滅することで平均値は0になる。

このように空間構造を導入しない参照ケースにおいては個体分布の偏りとその変動が激しく、集団全体としては平均利得の変動が大きくかつ傾向的になる。

それに対してゲーム領域と交配領域の両方に空間構造を導入した場合には図3から6にみるように、個体が各領域に「固着」し、集団全体の平均利得は安定的に推移する。

このシミュレーションではゲーム領域と交配領域の両方を区分し、個体の動きが領域内に制約されていた。

それでは空間構造をゲーム領域と交配領域のそれぞれ一方のみに導入した場合に集団全体はどのような動きをするのであろうか。

### 3.3 $N_{IPD}$ のみ導入ケース

ここでは、ゲーム領域のみを小領域に区分し、交配領域については区分がないケースのシミュレーションを行う。

このケースでは参照ケースと同等の頻度で協力が達成される。

参照ケースにおいては協力への収束をみたシミュレーション100回を得るのに143回のシミュレーションを必要としたが、 $N_{IPD}$  のみ導入ケースはそれとほとんど同じく145回のシミュレーションが必要であった。

また、協力の達成に要する世代は、参照ケースが平均 167 世代であったのに対して、 $N_{IPD}$  のみ導入ケースでは 35.6 世代であり、協力への達成はこのケースの方が早い。

一方、協力の平均持続期間<sup>17)</sup>については参照ケースが 124 世代であるのに対して  $N_{IPD}$  のみ導入ケースでは 79.7 世代であった。

一見すると参照ケースに比較して、ゲーム領域に  $N_{IPD}$  を導入した場合、協力の持続期間が短いことから協力が壊れやすくなるように思える。しかし集団全体の平均利得推移を確認すると、協力が完全に崩壊してしまうわけではないことが分かる。

図 9 は、ゲーム領域のみを 16 に分割し、交配については集団全体を対象に行うこのケースについての集団平均値推移の典型例である。

協力への収束を見た 100 回のシミュレーションのほとんどのケースでこのような軌跡になる<sup>18)</sup>

すぐにわかるように、協力への収束判定水準である平均利得 2.76 へは達し

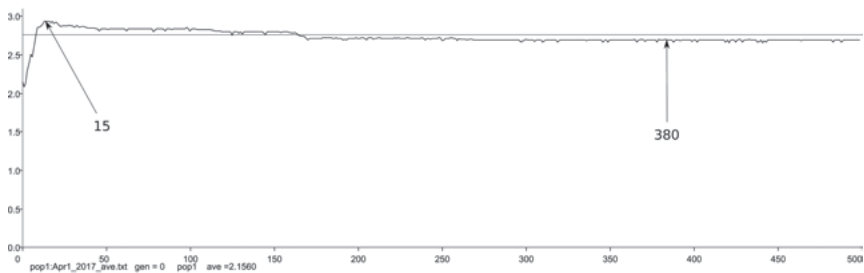


図 9 ゲーム領域のみに空間構造を導入した場合の平均利得推移

17) 協力への収束が起こった 1 回のシミュレーションの中でそれが持続した最大期間を、収束が起こったすべてのシミュレーションで集計し、平均した期間。1 回のシミュレーションで期待できる協力の平均持続期間である。

18) いくつかのシミュレーションにおいては多少協力への収束持続期間が長かったり、若干平均値が落ち込んだりする場合も見られたが、その場合でも図 9 と同様に、協力への収束判定水準である平均利得 2.76 よりも若干低い平均値で推移した。



15 世代：開始直後の収束（左），380 世代：収束ではない（右）

図 10 図 9 での個体分布

ていないものの，集団全体の平均利得はおよそ 2.6 から 2.7 の高い水準で安定的に持続している。

図 10 左は，開始直後に協力への収束水準を超えた状態での集団内個体分布である。このとき 97 個体が領域 2（お人好し）に集中し，3 個体が領域 4（互惠主義者）に残っている。その後時折領域 1（あまのじゃく）と領域 4（互惠主義者）に 5～6 個体が発生するものの 380 世代で見られるように，すべてが領域 2（お人好し）の個体となる。

前節でのべたように，ゲーム領域にこうした空間構造を導入すると，似たもの同士でのゲームとなる。すると  $p$  軸が 1 に近い個体同士ほど完全な協力を達成しやすいので平均利得は高くなりがちだ。そして，このケースでは交配領域は集団全体となるため，遺伝的アルゴリズム過程を通して，そのような高い利得をあげがちな報恩的な個体が増加する。また，交配領域が限られていないため他の領域に個体が残りに続けることもない。

収束したシミュレーション 100 回のすべてにおいてこのように集団すべてが領域 2（お人好し）の個体となった。

そうなった上でなお集団全体の平均利得が「完全な協力」である 3.0 になら

ないのは、領域の中でもすべての個体が完全な ( $p = 1, q = 1$ ) にはならないためである。

遺伝型である長さ 20 のバイナリ配列のすべてが 1 になっている個体 ( $p = 1, q = 1$ ) があつたとしても、そうでない同じ領域 2 の個体とゲームを行った場合、たまに (C, D) (D, C) が実現することもある。特に今回のシミュレーションでは 100 回のゲームを総当たり戦で行っているので、1 つのゲーム領域にすべての個体が集中した場合には約 5,000 回のゲームが行われることになる。したがって、その中には (C, D) (D, C) になる場合が少なくない。また、突然変異によってたまに他の領域に個体が発生する場合もある。

それでも領域 2 (お人好し) に集団内の個体が集中することは、すべての個体が高い利得を挙げることから、集団の利得平均により低い利得をもたらしがちな領域 2 (裏切り者) を発生させにくいため、利得は高いまま推移することになる。

### 3.4 $N_{GA}$ のみ導入ケース

この節では、ゲーム領域を設定せず、ゲームは集団全体で行うこととして、交配領域のみに 4 分割の空間構造  $N_{GA}$  を導入してみよう。集団全体を対象としてゲームが行われるので、集団内のすべての個体は、他のすべての個体と 100 回の有限繰り返し囚人のジレンマゲームを行う。そしてそこで得た平均利得に基づいて、交配領域内だけで親選択が行われて遺伝的アルゴリズムが行われる。

この場合は 3.2 節で見たシミュレーションと同じで協力への収束は見られなかった。また、集団全体の平均利得は明らかにより低い水準で推移しており、図 11 で示したシミュレーションではおよそ 1.8~2.1 の水準で推移している。集団全体の平均利得のこの水準は集団の半数以上が裏切り戦略者であることを意味している<sup>19)</sup> が、一方で、参照ケースで見られるような完全な裏切り水準への収束も見られない。

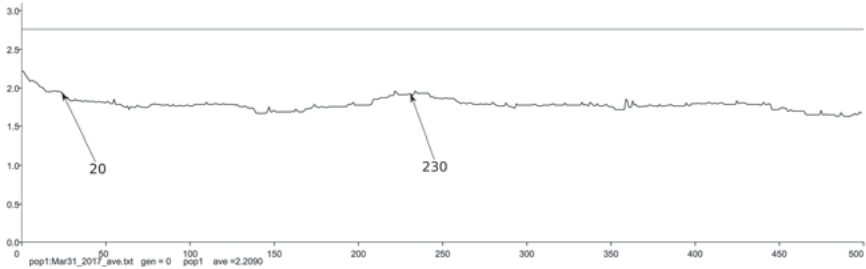
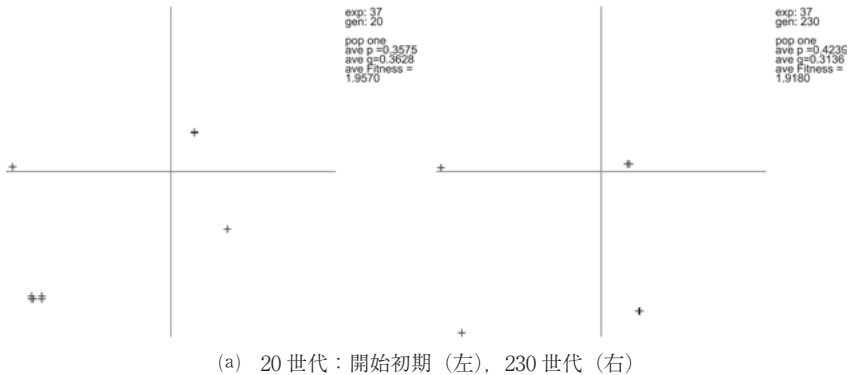


図 11 交配領域のみに空間構造を導入した場合の平均利得推移



(a) 20 世代：開始初期 (左), 230 世代 (右)

図 12 図 11 での個体分布

図 11 のシミュレーションにおける 20 世代と 230 世代での集団内個体分布を図 12 で示す。シミュレーション開始初期の 20 世代においても参照ケースと異なり領域 2（裏切り者）への集中は見られず、各領域とも初期状態とほとんど同じ個体数である。そして 3.2 節でのゲーム領域と交配領域の両方に空間構造を導入したケースと同じように、遺伝的アルゴリズム過程が進んだ 230 世代は、このシミュレーションにおいて集団全体の平均利得が高くなった（1.98）

19) ちなみに、集団の“C 戦略者”の比率が  $x$  で残り  $1-x$  が“D 戦略者”である場合は、集団全体の平均利得は  $-x^2+3x+1$  となり、“C 戦略者”が 7 割から 1 割ずつ 3 割まで低下するにつれて、集団全体の平均利得はそれぞれ順に 2.61, 2.44, 2.25, 2.04, 1.81 と低下していく。



世代であり、領域1から4までそれぞれ15, 41, 16, 28と領域2（お人好し）と領域4（互惠主義者）に個体が増えた世代であるが、なお他の領域にも一定数の個体が残っている。

各領域での個体数推移と領域内での平均利得推移を図13、図14に示す。

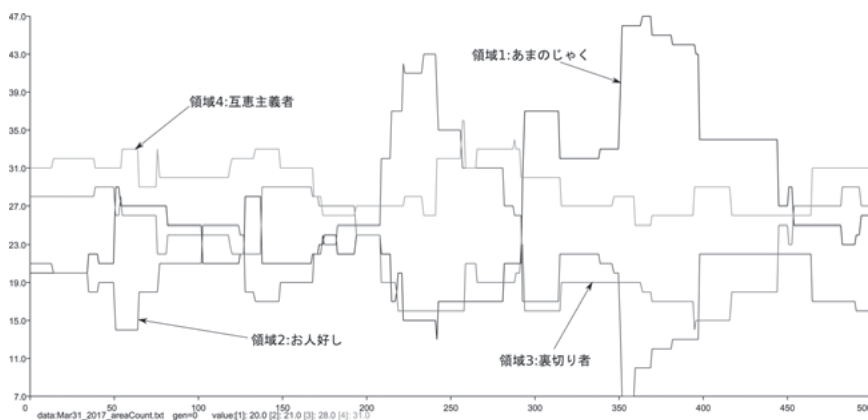


図13 図11実験での各領域個体数変化

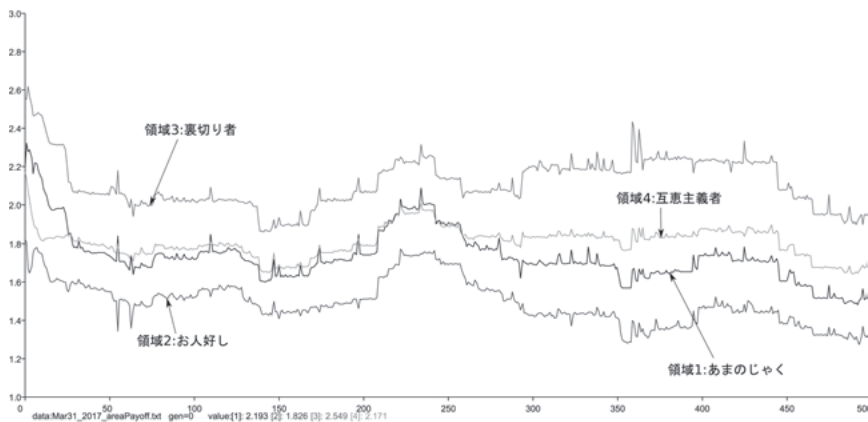


図14 図11実験での各領域平均値推移

個体数変化は3.2節での図5とよく似ていることがわかる。ただし、領域3（裏切り者）の個体数は全体的に図13の方が図5よりも多い。

このシミュレーションではゲームは領域を超えて集団全体で行われるため、領域3（裏切り者）の個体は、領域1（あまのじゃく）、領域2（お人好し）との対戦で高い利得5を得ることができる。その上で交配は同じ領域3で行われるのでそのようなゲームで高い利得を得た個体が親として選択され、遺伝子を次世代に残すため、領域3（裏切り者）内の個体が減少しない。

さらにこの場合には3.2節で見た  $N_{\text{IPD}}$  も導入した場合と比べて、領域3（裏切り者）の中で比較的協力的な個体が淘汰されてしまうため同じ領域内で、より裏切りがちな個体が残ってしまう。

図12右と図4下段左はどちらもシミュレーション半ばの世代における集団内個体分布を示しているが、これらを比較するとあきらかにどの領域においても左下、つまりより報復的で報恩的でない（礼儀正しくない）部分へ個体が集中しており、交配領域の広さが限られていることが、このような個体を進化させ、しかもその領域に固着させていることがわかる。

このことは図14と図6との比較で一層明らかになる。

図14から分かるように、交配領域のみを導入したケースにおいては、領域内での平均利得は図6とは逆に領域3（裏切り者）が一貫して高く、領域2（お人好し）が一貫して低い。これはゲーム領域が導入されていないことにより、領域3（裏切り者）の個体が領域2（お人好し）の個体を打ち負かしていることを示している。

そればかりでなく、図6から読み取れるよりも図14においては、すべての領域において領域内での平均利得は低い。上記のように領域内においてより裏切り傾向をもつ個体が進化することから、領域内での平均利得も低くなるのである。

しかしながら、他方で、交配領域が限られているということが、逆に低い利得しかあげられない領域2（お人好し）の個体も次世代に残すことになる。そ

こで、集団全体として見たときは、生き残った領域2（お人好し）の個体が消滅することなく温存されるため、参照ケースで見られるような完全な裏切りへの収束も起きない。そのため集団全体の平均利得は、裏切りへの収束を意味する1.56よりは少し高い水準で持続している。

## 4 結 語

本稿では筆者がこれまでいくつか扱ってきた、Nowak & Sigmund タイプの「確率的な戦略」を持つ繰り返し囚人のジレンマゲームに structured demes を導入したシミュレーションを行った。その結果、以下のことがわかった。

- プレイヤーがゲームを行う領域 ( $N_{IPD}$ )、交配を行う領域 ( $N_{GA}$ ) の両方を導入した場合、集団全体が「協力への収束（集団中8割以上の個体がC戦略者となる）」に達することはないが、「完全な裏切り」への収束も見られず、6-7割の個体がC戦略者となる「協力への準収束」を達成し、しかもそれが安定的に持続する。領域3（裏切り者）内でもより寛容で礼儀正しい方向への個体進化が見られる。
- $N_{IPD}$  のみを導入した場合、早期に協力への収束が達成される場合が多いが、その状態が持続される期間は短い。しかし集団全体の平均利得は2.6から2.7と高い水準で安定的に推移する。個体のほとんどが領域2（お人好し）へ集中するが、完全な協力状態を達成することではなく、この領域内でも  $p$ ,  $q$  がやや低い値に個体が分布する。
- $N_{GA}$  のみを導入した場合、集団の5-6割がD戦略者となるが、領域3（裏切り者）への完全な集中はなく、初期状態でのランダムな集団が示す、集団全体の平均利得2.25よりも低い状態で、6-7割の個体がD戦略者となる状態が持続する。領域3（裏切り者）以外の領域でも  $p$ ,  $q$  がより低い値に個体が分布する。

こうした結果から、 $N_{GA}$ を導入すると、集団全体の平均利得は協力への収束状態よりも低くなること、 $N_{IPD}$ の導入は他の事情が同じであれば集団全体の平均利得を高めることがわかる。さらにいずれかの空間構造が導入された場合には、そうでない場合に比べて、集団の状態がより平均的で安定的なものとなることがわかる。

各シミュレーション結果の解釈でも示したが、ゲームを行う領域を限定することは、本稿での戦略設定の場合には、「同じような性質を持った個体同士」によるゲームとなる。すると  $p > 0.5$  である領域 2（お人好し）、領域 4（互惠主義者）の個体は高い利得を挙げやすい。

このとき、交配が集団全体で行われる場合には、高い利得を挙げたそれらの領域の個体が生き残り、低い利得しか挙げられない領域 1（あまのじゃく）、領域 3（裏切り者）領域の個体が淘汰されることから、集団全体の平均利得を引き上げていくことになる。

逆に交配の領域を限定することは、領域内の遺伝子が外部と交わることなく残ってしまうことになるため、集団全体での協力への収束が起きなくなるし、領域内でもより協力的でない方向へ個体が発生する。

この含意を単純に社会に拡大すると次のようになる。

集団全体として大きな規模で（例えば「世界」など）協力が進化していくためには、交配と同様の意味を持つ「交流（文化交流、政治交流など）」が大きな規模で必要で、閉じた社会の中でだけ交流が行われる場合には、協力的な遺伝子が拡散しない。

例えばグローバルな規模での競争（ゲーム）を本稿でいう「集団全体でのゲーム」とみなせば、競争がグローバルである一方で交流が地域規模でしか行われていない状態は  $N_{GA}$  のみが導入されているケースと同じである。この場合、世界的にはより協力的でない状態が持続することになるし、交流が行われている範囲内でより協力的でない個体が増加していくため、その領域内での協力も進化しない。

この状態は、グローバル化が進行する一方で、地域的には「内部限定志向」ともいえるようないわば「内向きの思考」が強まっている場合に世界的にも「より協力的でない」社会的雰囲気が広まっていることのひとつの説明であると考えられることもできよう。

この場合、シミュレーションが示すように、そうした「地域内」においても「寛容で報恩的」な方向での進化が起こるとは思われない。

これと逆に、競争がローカルな規模で同質集団内で行われ、その結果の知見なり、経験なりがよりグローバルな社会へ拡散して交流が行われるのであれば、 $N_{\text{IPD}}$ のみが導入されているケースと同じで、世界的にはより協力的な状態が持続することになる。

また、競争がグローバルであったとしても、交流もグローバルに展開されている場合には、参照ケースと同じで「裏切りへの収束」も「協力への収束」も見られる、ダイナミックな様相を示すと思われる。

協力の達成に重要なのは、異なる性質をもった個人（個体）や地域（領域）間での交流（交配）による変化であることをこのシミュレーション結果は示している。

今回のシミュレーションでは、非トーラス型の空間構造だけを導入した。トーラス型の空間構造を導入すれば、本稿のゲームの枠組みであっても「異なる性質」の個体との交配が起きるはずであり、その場合には $N_{\text{GA}}$ のみを導入したケースでも異なる結果が予想できる。次の課題としたい。

### 参 考 文 献

- Axelrod, Robert (1987) "The Evolution of Strategies in the Iterated Prisoner's Dilemma," in Dabiz, Lawrence ed. *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*: Pitman, pp. 32-41.
- Goldberg, David E. (1989) *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*: Addison-Wesley.
- Hisao Ishibuchi, Hiroyuki Ohyanagi and Yusuke Nojima (2011) "Evolution of Strategies With Different Representation Schemes in a Spatial Iterated Prisoner's Dilemma Game," *IEEE*

- Transactions on Computational Intelligence and AI in Games*, Vol. 3, No. 1, pp. 67-82, March.
- Ishibuchi, Hisao and Naoki Namikawa (2005) "Evolution of Iterated Prisoner's Dilemma Game Strategies in Structured Demes Under Random Pairing in Game Playing," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 9, No. 6, pp. 552-561, December.
- Nowak, Martin and Karl Sigmund (1990) "The Evolution of Stochastic Strategies in the Prisoner's Dilemma," *Acta Applicandae Mathematicae*, Vol. 20, pp. 247-265.
- (1992) "Tit for tat in heterogeneous populations," *Nature*, Vol. 355, pp. 250-253, January.
- Wilson, David Sloan (1977) "Structured Demes and the Evolution of Group-advantageous Traits," *The American Naturalist*, Vol. 111, No. 977, pp. 157-185, January-February.
- 安田俊一 (2001) 「RPD における戦略の進化－GA による囚人のジレンマ実験(2)－」, 『松山大学論集』, 第 13 巻, 第 3 号, 27-43 頁.
- (2005) 「どのような集団が協力を生み出すか?－GA による囚人のジレンマ－」, 『進化経済学論集』, 第 9 巻, 217-226 頁.
- (2014) 「集団的な囚人のジレンマゲームにおける戦略推移について－「報恩」と「報復」を軸として－」, 『松山大学論集』, 第 26 巻, 第 3 号, 21-48 頁.