モンテカルロ法による
研究室配属モデルのシミュレーション

檀　　　　裕　　也

1　は　じ　め　に

大学などの教育研究機関において，学生は，講義や実習などの授業科目で基本的な知識と技術を身につける。そして，上級年次に進級すると，ゼミや研究室に所属し，指導教員の下で専門分野の学問を研究する。

授業科目の履修は，一部の予備登録科目を除き，ほぼ学生の希望に沿うことができる。しかし，ゼミや研究室の配属は，収容定員の制約があって，学生の希望を完全に実現することは難しい。実際，ゼミや研究室の配属を決める場合，あらかじめ定められた公平なルールに則って，適切な手順で配属作業を進めていくことになる。そのとき，希望が実現しない学生には不満が残るが，研究室配属のルールや手順について十分に説明するなどの手段で配属結果を納得してもらうしかない。

現在，多くの大学・学部・学科において，ゼミや研究室の配属に情報システムが活用されている。具体的な適用事例や情報システムの活用度は大学・学部・学科によって大きく異なるが，従来，手作業で配属プロセスを進めていた時間的な事務コストを情報システムの導入によって削減する例が成功を収めている[1)]。

松山大学経営学部におけるゼミ選考では，学生に配属希望を尋ねる機会が３回ある。第１次選考では，ゼミ配属を希望するすべての学生を対象に，複数のゼミの中から希望するものを選択させ，申込書を提出させている。教務課に提

出された申込書は，ゼミを担当する教員の手に渡り，あらかじめ示された面接または書類選考などの選考方法によって，配属許可者を決定する。各ゼミには一律に収容定員が定められていて，その数の学生が配属されることになったゼミは，その時点で選考が完了する。次に，第２次選考では，第１次選考でゼミが決まらなかった学生に対し，まだ収容定員に空きのあるゼミの中から希望するものを選択させ，同様に申込書を提出させている。第１次選考と同様に，担当教員が必要に応じて面接を実施するなどの選考方法を実施する。最後に，第２次選考を経てもなお配属されるゼミが決まっていない学生を同じ場所に集め，収容定員に空きのある残りのゼミの中から希望するものを選択させる。各ゼミに与えられた収容定員は，ゼミ配属を希望する学生の人数から求められるため，以上の配属プロセスを経ると対象学生のゼミ配属がすべて決まることになる。

一方，もっと原始的な方法で研究室配属のプロセスを進めているところがある。大学キャンパス内の共有スペースに，研究室ごとに配属を希望する学生に自分の名前を書き入れるための紙を張り出し，一定期間内に全員が希望を書き入れる。もし定員を超過する場合は，担当教員と学生を交えた調整の必要があるため，特定の研究室に配属されることをそれほど強く希望するわけではない学生にとって，一定期間内であれば全体の配属希望の状況を考えて，定員を超過しない研究室に変更することができる。この配属方式によると，事前に研究室ごとの希望者を一覧することができるため，複数の募集と選考を繰り返す必要がなく,研究室ごとの学生数が適正な水準に落ち着くという“ネゴシエーション効果”を期待することができる。ただし，対象となる学生の数が数十人程度

1）文献［７］では，近畿大学理工学部情報学科における研究室配属システムの開発および運用の事例において，それまで３人の教員で５時間程度かかっていた配属作業を10数分に短縮できたと報告している。また，配属結果について疑義のある学生に対し，その配属結果に至るプロセスを公開し，納得させる手法を採っている。この事例は，情報システムの導入によって，それまでブラックボックスとして隠蔽されていた配属プロセスを明らかにできるという副次的な効果をもたらしたと評価している。

と比較的小規模な場合において有効な手段なのであって，数百人規模の学生数では，情報システムの活用によって実現可能な実装を考慮する必要がある。

一般に，ゼミや研究室の配属には多くの制約条件があるため，絶対的な唯一の解は存在しない。大学・学部・学科の実情に合わせて，相対的に最適な解を採用すれば十分だと考えられる。これまでの研究室配属のプロセスは，配属作業に係わる制約条件を重視して組み立てられてきた面が大きい。情報システムの活用によって配属作業の負担が軽減されるとすれば，すなわち，配属作業に係わる制約条件を緩和できるとすれば，その分を学生の配属希望の実現という形で与えられる目的関数を最大化しやすくなると言える。

そのためには，配属作業に係わる制約条件ではなく，学生の配属希望の実現という観点から，研究室配属問題を数理モデルとして定式化し，詳しく調べる必要が生じる。本稿では，研究室配属問題の数理モデルについて，数学的に評価するとともに，モンテカルロ法によるシミュレーションによって検証した結果を述べる。

2 研究室配属問題

総数 m 人の学生を N 個の研究室に配属する問題（研究室配属問題）について考察する。この研究室配属問題は，総数 m 人のメンバーについて，それぞれの希望に応じて N 個のグループに振り分けるといった問題に一般化できる。

研究室の収容定員に上限を設けない場合，研究室ごとに学生の人数が異なることはあっても，すべての学生はそれぞれの希望する研究室に必ず配属される。しかし，研究室の運営に要する負担を教員間で均等にするという観点から，あらかじめ研究室の収容人員（定員）を決めることが自然だと考えられている。

そこで，すべての研究室の定員を等しくするとともに，どの研究室にも配属されない学生が発生することのないように，定員 c を次のように定める。

$$c=\left[\frac{m+N-1}{N}\right] \tag{1}$$

ここで，実数 x に対し，この式における記号 $[x]$ は x の整数部分を表すものとする[2]。

研究室の定員に収まるという制約条件の下で，すべての学生が希望通りの研究室に配属される場合の数は，

$$\sum_{\alpha}\prod_{j=1}^{N}\binom{m-\sum_{k=1}^{j-1}\alpha^{(k)}}{\alpha^{(j)}} \tag{2}$$

と表すことができる。ここで，和の記号は，多重指標[3]

$$\alpha=(\alpha^{(1)},\ \alpha^{(2)},\ldots,\ \alpha^{(N)}) \tag{3}$$

に関する条件を意味し，$|\alpha|:=\alpha^{(1)}+\alpha^{(2)}+\ldots+\alpha^{(N)}=m$ かつ $\alpha^{(j)}\leq c\ (j=1,\ 2,\ \ldots,N)$ を満たすそれぞれの多重指標 α について和を取るものと約束する。また，二項係数を表す記号として

$$\binom{a}{b}=\frac{a!}{b!\,(a-b)!} \tag{4}$$

を使う。ただし，$a!=a\cdot(a-1)\cdots\cdots 2\cdot 1$ である[4]。

すると，学生の研究室配属に関する希望の場合の数は N^m 通りあるので，学生が一様な確率で研究室を希望するとき，すべての学生が研究室配属について満足する確率 p は

$$p=\frac{1}{N^m}\sum_{\alpha}\prod_{j=1}^{N}\binom{m-\sum_{k=1}^{j-1}\alpha^{(k)}}{\alpha^{(j)}} \tag{5}$$

で与えられる。

特に，m が N で割り切れるときには，$m=cN$ という関係が成り立つので，

2）数学分野における Gauss の記法による。情報科学の分野では $\lfloor x\rfloor$ と表すことがある。
3）多重指標（multi-index）とは，非負整数値の（ここでは N 次元）ベクトルである。
4）$0!=1$ と約束する。

$$\frac{m!}{c!(m-c)!}\cdot\frac{(m-c)!}{c!(m-2c)!}\cdot\cdots\cdot\frac{(m-(N-1)c)!}{c!\,0!}=\frac{m!}{(c!)^N} \tag{6}$$

と変形することによって，上記の確率 p は

$$p=\frac{m!}{N^m(c!)^N} \tag{7}$$

と簡単に表現できる。

例えば，$m=9$ および $N=3$ のとき，この式を使って計算すると $p=0.085$ の値を得る。すなわち，総数 9 人の学生を 3 個の研究室に配属するという問題では，学生が一様な確率で研究室を選択するという条件の下で，希望する研究室に配属されない学生が存在する確率は 91.5%と評価される。

一般に，学生数 m および研究室数 N の値が大きい現実的な場面において，学生全員の希望をすべて受け入れることは不可能である[5]。

3　シミュレーション

3.1　モンテカルロ法

モンテカルロ法とは，乱数を使って数理モデルの確率的現象を解析する方法である。1940 年代に J. von Neumann と S. M. Ulam が核分裂における中性子の拡散現象に関する研究[6] の中で，コンピュータを利用したモンテカルロ法によるシミュレーションを初めて実行したとされている。モンテカルロ（Monte Carlo）は，カジノで有名なモナコ公国における地名に由来する[7]。

本研究では，研究室配属の問題を確率的な数理モデルとして捉え，モンテカルロ法によるシミュレーションを実行した。

5）m と N の値が大きくなると，特に m が N の倍数でないときは，多重指標に関する組み合わせが爆発的に増大し，代数的な手法を使う限り，コンピュータに計算させても実時間で確率 p を求めることは難しい。しかし，後述するモンテカルロ法によって近似解を求めることは可能である。
6）文献[5]による。
7）文献[6]のほか，当時の状況を詳述しているものとして文献[4]を挙げる。

3.2 開発および実行環境

本研究におけるプログラムの開発および実行環境は，**表 1** の通りである。中央演算処理装置（CPU）として用いた Pentium D 940 は，米インテル社のデュアルコア技術を実装したプロセッサである。周波数 800MHz のシステムバス（FSB）に対応し，クロック周波数は 3.20GHz で動作する。また，容量 2 M バイトの 2 次キャッシュメモリをコアごとにそれぞれ 1 枚ずつ搭載している。

また，シミュレーションを実行するプログラムは，Microsoft Visual Studio 2005 に付属する C/C++ コンパイラである「Microsoft 32-bit C/C++ Optimizing Compiler Version 14.00.50727.762 for 80×86」を使用した。なお，機械語への変換は，標準の最適化オプションで実行した。

表 1 プログラムの開発および実行環境

種類	内容
CPU	Intel Pentium D 940（3.20GHz）
メモリ	1024M バイト（512MB×2，dual）DDR2 SDRAM
OS	Microsoft Windows XP Service Pack 2

3.3 予備実験

まず，研究室配属問題について，$m=110$ および $N=13$ の場合におけるシミュレーションの予備実験を実行した。

m 人の学生は，それぞれ N 個の研究室の中から希望するところを 1 つだけ選択する。さらに，各学生がそれぞれの研究室を選択する確率は，どの研究室も等しく，一様乱数に従うと仮定した。シミュレーションの中から，ある 1 回の試行例を取り出すと，**表 2** の結果を得る。

表 2 ある試行における研究室ごとの希望学生数の例

研究室	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
学生数	10	9	8	8	7	7	10	12	5	10	9	6	9

この結果を見ると，学生の研究室配属希望に関する確率は一様であるという仮定にもかかわらず，研究室ごとの配属希望学生数は，最大値 12，最小値 5 と 2 倍以上の開きが出ていることが分かる。しかし，この結果は，研究室 H が最も人気が高く，研究室 I が最も人気が低いということを意味するわけではない。

ひとつの研究室における配属希望学生数の期待値 $\bar{x}$ は

$$\bar{x} = \frac{m}{N} = 8.46 \tag{8}$$

である。また，標準偏差 σ は，各研究室への配属を希望する学生の数 x_i $(i = 1, 2, \ldots, N)$ を使うと

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} = 1.90 \tag{9}$$

と計算できる。したがって，ひとつの研究室には平均して 8.46±1.90 人の学生が配属を希望すると表現できる。

ここで，試行例の適合度を検定するため，

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N}\frac{\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\bar{x}} = 5.11 \tag{10}$$

の統計量を評価する。この χ^2 統計量は，自由度 12 のカイ二乗分布

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \quad (0 < x < \infty,\ n = 12) \tag{11}$$

に従う。ただし，

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t}\,dt \tag{12}$$

は実数値で定義される Γ 関数である。

よって，有意水準 $\alpha = 0.05$ における棄却域は開区間（21.03，∞）となり，統計量 $\chi^2 = 5.11$ は棄却域に入っていない。この程度では信頼度 95% で学生の配属希望研究室に偏りがあるとまでは言えない。つまり，各学生がそれぞれの

研究室を選択する確率が等しいと仮定した場合であっても，ある程度は配属希望学生数にバラツキが出ることが統計的に理解できる。

この研究室配属問題における研究室の学生定員 c は

$$c=\left[\frac{m+N-1}{N}\right]=9 \tag{13}$$

となるので，この試行では A，G，H，J の 4 つの研究室で定員が超過し，計 6 名の学生があふれることが分かった。今回の試行では，定員を超過した研究室で選考プロセスを行い，希望する研究室に所属できないと決まった計 6 名の学生は，定員を充足していない C，D，E，F，I，L の 6 つの研究室のうち，どれかに配属されることになる。このとき，これらの学生には第一希望の研究室に配属されないことに基づく不満があると考えられる。

3.4　定員超過現象

定員超過について調べるため，前節で述べた方法を計 1,000,000 件の試行にわたって繰り返し，モンテカルロ法によるシミュレーションを実行した。この 1,000,000 件の試行における定員超過研究室数の度数分布を**表 3** の「一様確率」の列に示す。

この結果を見ると，多くの試行において 3 ～ 6 の研究室で定員超過となっていることが分かる。前章で明らかになった数学的評価によると，すべての学生の配属希望が実現する可能性は絶望的だが，超過すると確率的に予想される研究室数がシミュレーションによって定量的に求められた。

また，すべての研究室で定員内で学生を収容できた試行は 3 件（全体の 0.0003％）に過ぎなかった[8]。

一方で，配属希望が実現しなかった学生の平均数は 11.3±3.2 人で，全学生

8）試行回数が少ないため，この評価値は誤差を含んでいると考えられる。上記に比べて 1,000 倍となる 1,000,000,000 件の試行を同様に実行したところ，すべての研究室で定員内で学生を収容できた試行は 4,423 件（全体の 0.0004％程度）だった。理論値は，この値に近いと思われる。

表 3　定員超過した研究室数の度数分布

超過数	一様確率	バラツキ
0	3 件	0 件
1	1,159件	3,867件
2	25,631件	55,225件
3	157,829件	228,378件
4	353,315件	371,156件
5	322,207件	255,296件
6	120,947件	76,632件
7	18,000件	9,070件
8	895件	372件
9	14件	4 件
10	0 件	0 件
11	0 件	0 件
計	1,000,000件	1,000,000件

のうち平均で 10%の学生の希望が実現しないことが分かった。また，研究室の定員超過のため，最大で 32 人の学生の希望が実現しないという試行も存在した。

3.5　人気度によるバラツキ

研究室配属問題における最大の課題は，収容定員の制約を満足すると同時に，多様な学生の希望を最大幸福の形で実現するところにある。前節のシミュレーションは，すべての研究室における学生の人気度が等しいという最も単純な場合の結果に過ぎないが，研究室の人気度のバラツキによって研究室配属問題は，さらに難しくなる。

ひとつの研究室が他の研究室よりも 2 倍の人気がある場合，すなわち，乱数を一様に発生させるのではなく人気度に応じて乱数の発生分布を変えてシミュレーションを実行した結果を**表 3** の「バラツキ」の列に示す。この結果を見ると，1,000,000 回の試行のうち，すべての研究室で定員以内に収まった試行は 0 件だった。前節のシミュレーション結果と比べると，研究室の人気度にバラ

表 4　ある研究室における定員超過件数

シミュレーション条件	定員超過件数	発生確率
バラツキなし（一様確率）	340,076件	34.0%
バラツキあり	961,700件	96.2%

ツキがあることで，定員超過になる件数が増加していることが分かる。

また，どの研究室の人気も等しい場合に，ある 1 つの研究室が定員超過となる試行は 340,076 件だった一方，その研究室の人気が他の研究室に比べて 2 倍になる（すなわち，学生の配属希望確率が 2 倍になる）と，ほとんどすべての試行にわたる 961,700 件で定員超過となった。（**表 4**）

これは，定員超過現象は，人気の高い研究室で起こりやすくなったことを意味している。つまり，人気のバラツキによって，学生の希望が反映されにくくなると言える。

4　学 生 不 満 度

学生の希望に沿って完全に研究室配属が決まらない場合，第 2 希望，第 3 希望，…の研究室に配属することになる。このとき，第 1 希望の研究室に配属された学生には不満はないが，そうでない学生には不満が残る。しかし，第 2 希望，第 3 希望，…の実現可能な選択肢によっては，その不満を和らげることができるかもしれない。以上の観点から，研究室配属モデルの評価指標として，次の学生不満度 ρ を提案する：

$$\rho = \sum_{s \in \sigma} \frac{1}{n(s)} \tag{14}$$

ただし，σ は第 1 希望の研究室に配属されなかった学生の集合で，σ に属するそれぞれの学生 s について $n(s)$ は第 2 希望として選択可能な研究室の数を表す。なお，σ が空集合のとき，学生不満度 ρ を 0 と定義する。

ここで提案する学生不満度 ρ は，第 2 希望として選択可能な研究室の数の逆数として与えている。第 3 希望以降の選考プロセスを経る場合にも，自然な拡

張で対応することができる。

4.1　2つの配属方式の違い

第1希望の研究室に配属されなかった学生は第2希望を挙げ，何らかの方法で配属される研究室を決めなければならない。このとき，可能性として第1希望優先と成績優先の2つの配属方式が考えられる。

- 第1希望優先
- 成績優先

第1希望優先の配属方式とは，すべての学生の第1希望に沿って研究室配属をし，定員超過した研究室において成績などの優先順位から実際に配属される定員内の学生を決定する方式である。この方式において，第1希望の研究室配属が実現しない学生は，第2希望として定員に空きのある研究室の中から希望するものを選択することになる。

また，成績優先の配属方式は，GPAなど一元的に順序が決まる成績指標に基づき上位の学生から優先的に研究室の配属先を決定する。

2つの配属方式の違いを評価するため，3人の学生が3つの研究室を選択するという典型的な例を使って説明する。

3人の学生をそれぞれ“学生1”，“学生2”，“学生3”と表す。また，3つの研究室をそれぞれ“研究室A”，“研究室B”，“研究室C”と表すことにする。なお，学生の成績は“学生1”＞“学生2”＞“学生3”の順に高いと仮定する。

“学生1”は，第1希望として“研究室A”に配属されることを願っている。“学生2”は，第1希望として“研究室A”に配属されることを願っているが，それが叶わない場合には，“研究室B”を第2希望に選択する。“学生3”は，第1希望として“研究室B”に配属されることを願っている。

以上の設定で，第1希望優先の方式による配属プロセスを実行すると，**表5**

表5 第1希望優先方式による配属結果

研究室	配属学生	落選学生
“研究室 A”	“学生１”	“学生２”
“研究室 B”	“学生３”	
“研究室 C”	“学生２”	

の配属結果を得る。

第1希望で“研究室 A”を選択した学生は,“学生１”と“学生２”の２名で,定員超過となっている。また,“研究室 B”を選択した学生は“学生３”の１名だけなので,第1希望の時点で定員を満たすと同時に,“学生３”の配属先が確定する。

“研究室 A”では,“学生１”と“学生２”の２名で選考が行われるが,成績が高い“学生１”が合格となる一方,“学生２”は不合格となる。“学生２”は,定員に空きのある“研究室 C”に配属されるしかない。

したがって,第1希望が実現しない学生の集合は

$$\sigma = \{\text{“学生２”}\} \tag{15}$$

である。このとき,学生不満度ρは,“学生２”の第2希望として選択可能な研究室の数から

$$\rho = \sum_{s \in \sigma} \frac{1}{n(s)} = 1 \tag{16}$$

となる。

第1希望優先では,成績上位の“学生２”の希望が実現せず,“学生２”よりも成績下位の“学生３”の第1希望が実現される。

また,上と同じ設定で成績優先の方式による配属プロセスを実行すると,**表6**の配属結果を得る。

成績最上位の“学生１”は“研究室 A”を希望しているため,“研究室 A”への配属が決まると同時に,“研究室 A”は定員を満たす。次に成績の高い“学

表 6　成績優先方式による配属結果

研究室	配属学生	落選学生
“研究室 A”	“学生１”	“学生２”
“研究室 B”	“学生２”	“学生３”
“研究室 C”	“学生３”	

生２”は，すでに定員を満たしている“研究室 A”を選択できず，第 2 希望として定員に空きのある研究室“研究室 B”を選択し，配属が決まることになる。また，“学生３”は，第 1 希望の“研究室 B”を選択することができず，定員に空きのある“研究室 C”に配属される。

したがって，第 1 希望が実現しない学生の集合は

$$\sigma = \{\text{“学生２”，“学生３”}\} \tag{17}$$

である。このとき，学生不満度 ρ は，“学生２”の第 2 希望として選択可能な研究室の数が 2 で，“学生２”の第 2 希望として選択可能な研究室の数が 1 だから

$$\rho = \sum_{s \in \sigma} \frac{1}{n(s)} = \frac{3}{2} \tag{18}$$

となる。

4.2　シミュレーションによる学生不満度の評価

$m = 110$ および $N = 13$ の研究室配属モデルについて，第 1 希望優先方式および成績優先方式でモンテカルロ法によるシミュレーションを実行し，それぞれの方式による学生不満度を算出した。

1,000,000 回の試行の平均で，第 1 希望優先方式および成績優先方式の学生不満度は，それぞれ $\rho = 6.18$ および $\rho = 10.65$ という結果を得た。第 1 希望優先方式に比べて成績優先方式の研究室配属モデルで学生不満度が高く出ているのは，前節において典型的な例で分析したように，第 1 希望が実現しない学生

の集合σの要素が多くなるためであると考えられる。

5 考 察

現実に行われている研究室配属プロセスは，何年にもわたって同じ方法が採用されていれば学生の間で周知され，配属の結果には一定の理解が得られていると考えられる。しかし，新学科の設立などの要因で初めて研究室配属を行う場合や改組などの要因で研究室配属プロセスを変更するような場合，事前にシミュレーションを実行して，研究室配属プロセスにおける学生不満度を評価することは大切な要素のひとつとなる。

今回のシミュレーションでは，学生不満度という指標を提案し，研究室配属プロセスについて評価の尺度を与えた。一方，受け入れる研究室を担当する教員側の不満度として，例えば配属学生の成績を変数とする関数が定義可能であろう。なお，これらの指標は相対値という性質が強く，他の研究室配属プロセスとの比較においてのみ意味を持つことに注意しなければならない。

第1希望優先方式および成績優先方式の違いを分析して明らかになったように，研究室配属プロセスを策定する場合には，情報システムの開発において要求定義とともに外部設計を明確にしておく必要がある。両者の方式は，入力値として学生の配属希望データが必要になるが，研究室配属プロセスの段階ごとに必要となるデータを定義しておかなければならない。例えば，第1希望優先方式による研究室配属プロセスでは，第1次募集，第2次募集，……といった段階ごとに対象者を限定し，配属希望データを提出させることができる。他方，成績優先方式による研究室配属プロセスでは，あらかじめ第1希望，第2希望，……といった十分なデータを提出させておけば，一度のプロセスで研究室配属の結果を出力させることができる。

6 ま と め

本研究では，研究室配属プロセスにおける諸問題を情報システムの実装に

よって解決するという観点から，研究室配属問題の数理モデルについて，数学的な評価を与えるとともに，モンテカルロ法によるシミュレーションによって定量的に検証した。

どの研究室も人気が等しいという限定的な場合であっても，学生の配属希望には確率論的に一定のバラツキがあるため，その希望が満たされることは非常に難しい。現実には，さまざまな要因によって人気のある研究室とそうでない研究室が存在するため，研究室配属問題は，いかに学生不満度を最小化できるのかという点に工夫の余地があると言える。

今回のシミュレーションでは，研究室の人気度にバラツキがあると学生の希望が実現しにくくなる現象を数理モデルによって明らかにし，研究室配属プロセスの善し悪しを評価する指標として学生不満度という指標を提案した。

今後は，さまざまな制約条件の下で，研究室配属問題について学生不満度を最小化する組み合わせ最適化の問題として捉え，本研究で明らかになった結果に基づき，具体的な手法を提案することが課題である。

参 考 文 献

[1] B. W. Kernighan and D. M. Ritchie, *The C programming language*, Prentice Hall (1988).

[2] B. Korte and J. Vygen, *Combinatorial Optimization* (3rd. ed.), Springer (2006).

[3] M. Matsumoto and T. Nishimura, “Mersenne Twister: A623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator,” ACM Trans. on Modeling and Computer Simulation, Vol. 8, No. 1, January, pp. 3-30 (1998).

[4] N. Metropolis, “The beginning of the Monte Carlo method,” Los Alamos Science, Special Issue (1987).

[5] S. Ulam, R. D. Richtmyer and J. von Neumann, “Statistical methods in neutron diffusion,” Los Alamos Scientific Laboratory report LAMS-551 (1947).

[6] 伊藤俊秀・草薙信照「コンピュータシミュレーション」，オーム社（2006）。

[7] 加藤暢「研究室配属プログラムの開発と運用」情報処理学会研究報告（コンピュータと教育），Vol. 2005, No. 104, pp. 1-6（2005）。

[8] 檀裕也「研究室配属モデルのシミュレーション」第6回情報科学技術フォーラム（FIT 2007）講演論文集，第1分冊，pp. 15-16（2007）。