

利害関係に基づく戦略型ゲームの分類と 繰り返しゲームにおける協調の生成(1)

——理論とその経済学的応用——

松 本 直 樹

序

人間社会について言及するとき、得てして人間の野蛮さやその攻撃的側面のみを強調してしまい、基本的には毎日の社会生活や経済活動がいかに協調を前提にして恙無く営まれているか、という極当たり前の現実をついつい見落してしまいがちになる。しかしこのことは必ずしも日々の生活において、社会を構成する人々の多くが善良で、かつ利害を共通にしていることを意味しない。むしろ人々はときに善人となり、ときに悪人にもなり、そしてときに利害を共通にしながらも、ときに対立する、という状態のとらえ方がより一般的といえるであろう。本稿では、このように、よくも悪しくも相互に影響を与え合っているゲーム的状况を、その諸特徴ごとにケース分けし、ある種象徴的に表していると思われる一場面を題材にして、そのそれぞれにおいて個々人がどのように集団内、社会内において意思決定を行い、更にはその中で協調関係を構築し、維持して行けるのかどうか、を論じる。加えて経済学上の応用例を紹介する。

具体的には、まずゲーム論的相互依存関係を表現するため、3つの均衡概念を適用し、4つの典型的ケースについてそれぞれ相互の関連性に基づきながら整理・分類し、それらの特徴を明らかにする。そしてそのゲーム的状况の中から協調関係がいかにして生成されるか、つまりその条件として、行動計画が報復という攻撃性と将来を重視する傾向に裏付けられていなければならないことを示す。その後、得られた結果を踏まえてその理解を深める意味で、チーム生

産とホールド・アップ等の経済学的問題に応用する。

1. ゲーム理論とは

ゲーム理論では自分の決定が他者へ、他者の決定が自分へと、それぞれ影響し合う相互依存関係を分析対象とする。そのような状況下では、他者の決定に関する何等かの予想なしには自己の意思決定すら覚束無い。このようであるにもかかわらず、どのようにして外的な強制を伴わずに、個々人が独自の判断で意思決定を行い、そしてゲームの参加者間に内生的な拘束力を合意として引き出しうるのか、ということが問題となってくる。

以上を分析するためになされるべきことは、ゲーム的状況の正確な表現である。つまりゲームのルール（構造）がまず明確に規定されていなければならないのである。ゲームに参加する全員がそのルールについて正確な情報をもっていることを、ゲームのルールが共有知識となっているといい、その状況下でのゲームを完備情報ゲームという。他方でこの条件が満たされないとき、つまり情報の不完備性、非対称性を前提とするようなゲームは不完備情報ゲームと呼ばれる。ゲームの参加者は通常、プレイヤーと呼ばれ、プレイヤーの採りうる行動計画を戦略という。そしてそれらプレイヤー間の戦略の組合せに対応する利益配分の評価値を利得と呼ぶ。

このように、最低限、プレイヤーとしては誰がいるのか、プレイヤーがもつ戦略には何があるのか、対応する利得は幾らなのか、という3つの要素から構成されるものが利得表であり、それによってゲームが同時決定される状況を表現・分析しようとするのがいわゆる戦略型ゲームのルール（構造）であり、またその特徴でもある。他方、これら3つの要素に加え行動決定の順序やその際に利用可能な情報についても、明示的に扱うためのツールとしてゲームの樹を用い、それによってゲーム的状況を表現しようとするのが展開型ゲームといわれるもののルール（構造）および特徴である。

展開型ゲームでは、誰が、いつ、どのような順序で、そのときどのような情

報をもって、行動を決定しようとするのか、をゲームの樹によって記述できるのに対し、戦略型ゲームにおける利得表では、行動決定時点で他のプレイヤーの決定を知らないような状況（同時決定）をそもそも念頭に置いて作成されており、展開型ゲームにおいては当然明示されるべき時間の経過やその情報構造はそこでは省略され曖昧化されてしまう。その意味で戦略型ゲームを展開型ゲームの簡易版、特殊版と位置付けることもでき、そのためゲーム理論の入門としてこの戦略型ゲームから始め、後の理解を深めて行くのも一法であろう。少なくとも本稿における議論に際しては、このタイプ自体のもつ上記制約は何等支障とはならない。

2. ゲーム的状况

そこで以下、この戦略型ゲームを用いて具体例として4つのゲーム的状况を設定する。ここではプレイヤー間の場面ごとの利害関係の相違を反映して、利得表の数値がそれぞれ異なっている。各ケースにおいて、プレイヤーはどのように意思決定を行えばよいのか、そして最終的にどのような結果に落ち着くのか、また落ち着くべきなのか、それらを知るための手掛かりとして3つの解の概念が各ケースに順次適用され、対応する均衡がそれぞれ求められる。簡単化のためにプレイヤー数は2人、戦略の選択肢は定義を除いて原則2つとする。

2.1 囚人のジレンマ

ある事件に関して限りなく黒に近い容疑者2人が、別々の取り調べ室で尋問を受けている。2人は証拠が不十分なため別件で逮捕されており、検事はどうしてもどちらかの自白（共犯証言）が欲しい。もし彼らが共に黙秘を通すならば別件での極短期の軽い刑で済む。しかし共に自白ならば本来の罪が確定し、中期程度の刑に服す。一方が自白し他方が黙秘すると、証言した方は情状酌量（免責）され、速やかに釈放されるが、逆に黙秘した方は厳罰に処されることとなる。このとき検事の立件への執念は実るであろうか。答えはイエスである。

結局、2人の容疑者共に自白に終わる。彼らにとっては最悪に近い結果といえよう。自分だけが釈放されるという、やや虫のいい結果はともかく、2人にとってももう少し現実的で増しな結果（別件での立件のみ）が得られないのはなぜか。

必ずしも取り調べ前の2人の意思の疎通が不十分であったからという訳ではない。もし事前に両者が黙秘を堅く約束し合っていたとしても状況は一向に改善され得ない。なぜならこの種の約束にはそもそも何の拘束力もないし、もし幸いにもどちらかがもう一方との間に交わした黙秘の約束を信じられるのであれば、なおのこと、そのとき相手を裏切れば直ちに釈放されるのであるから、結局約束は反故にされる。もちろん他方も同様のロジックを思い描くはずであるから、両者にとってより望ましい結果は実現せず、ジレンマの状況からの脱却は容易でない¹⁾

さてこのゲームを、黙秘を協調、自白を裏切り、と読み替え、次のような数値の利得表1で表現してみる。結果は（裏切り、裏切り）であり、ここでもパレート優位な組合せ（協調、協調）は実現し得ない。それを確認しよう。AはBの協調を予想すればそのとき自らが協調を選べば利得は3、裏切りならば利得は4、他方Bの裏切りを予想すれば、そのとき協調を選べば利得は0、裏切りを選べば利得は1となり、どちらのケースでも裏切りの利得が協調のそれを上回っている。すなわちAにとって裏切りはより優れた戦略である。このような戦略を（強）支配戦略という。

表1 囚人のジレンマ

		B	
		協 調	裏 切 り
A	協 調	3, 3	0, 4
	裏 切 り	4, 0	1, 1

プレイヤー*i*にとって（強）支配戦略 s_i^* とは

$$U_i(s_i^*, s_j) > U_i(s_i, s_j) \quad \text{for all } s_j \in S_j \quad \text{and all } s_i (\neq s_i^*) \in S_i,$$

$$j \neq i, \quad i, j = A, B$$

と定義される。もし利得が明らかに勝っておらず、同等のものを含むケースではこれに替えて弱支配戦略が適用されることになる。

プレイヤー i にとって弱支配戦略 s_i^* とは

$$U_i(s_i^*, s_j) \geq U_i(s_i, s_j) \quad \text{for all } s_j \in S_j \quad \text{and all } s_i \in S_i,$$

$$\text{with } U_i(s_i^*, s_j) > U_i(s_i, s_j) \quad \text{for at least one } s_j \in S_j$$

$$\text{and all } s_i (\neq s_i^*) \in S_i, \quad j \neq i, \quad i, j = A, B$$

のように定義される。そしてこれら支配戦略の組合せを支配戦略均衡という。つまりすべてのプレイヤーが支配戦略を有するとき支配戦略均衡が成立することになる。ここでは $(s_A^*, s_B^*) = (\text{裏切り}, \text{裏切り})$ がそれであり、そのため敢えてパレート非効率な結果を受け入れざるを得ない。それがジレンマのジレンマたる所以である。

2.2 箱の中の豚

実験用の細長い箱の中に、大きな豚と子豚が入れている。一方の端にはレバーがあり、他方の端からはそのレバーと連動して餌が出る仕組みになっている。今、2匹がレバーを同時に押せば身軽な子豚は素早く移動し先に餌にありつけるが、食べ切る前にやがて追いついた大きな豚に押しのけられ、残りをすべて取られてしまう。このようにして結果的には餌を分け合う形となる。次に子豚のみがレバーを押すのであれば、それを予想する大きな豚はゆっくり反対側に移動してただ餌が出てくるのを待てばよい。すぐに駆けつけた子豚を大きな豚は威嚇し近寄らせない。よって子豚は骨折り損のくたびれ儲けに終わる。逆に大きな豚が押す場合では今度は子豚が反対側で餌を待ち、大きな豚が到着するまでにその多くを食べてしまう。大きな豚は一部にありつけるのみであるが、それでもレバーを押し、急いで駆けつけただけの甲斐はあるものとする。最後に共に相手がレバーを押すことを当てにしてただ餌が出てくるのを待つ場合には、手間はかからないが取り分もないことになる。

このゲームの均衡は、実はパレート最適になってはいるものの、しかし子豚

にとっては幸いなことに、そして大きな豚にとっては不幸にして、(待つ、押す)となり、片や餌の大半にありつける子豚、片や、申し訳程度の餌を甘受せざるを得ない大きな豚、と対照的な結果に終わる。子豚には待つという支配戦略があるのに対し、他方の大きな豚には、子豚の押すを予想すれば待つを、待つを予想すれば押すを選ぶというように、支配戦略をもたない。しかし子豚の待つをその支配戦略として前提とし予想する限り、大きな豚に残された道はレバーをもはや押すことしかないのである。子豚の‘待つ’に対し、大きな豚は強者であるが故にレバーを‘押す’ことで多少なりとも餌にありつけるが、このことが却って大きな豚の‘待つ’に対して弱者であるがために‘待つ’で応じざるを得ない子豚に対して、大きな豚の立場をより弱くしている²⁾

ここで先と同様に、子豚をA、大きな豚をBとみなし、更に押すを協調、待

表2 箱の中の豚

		B	
		協 調	裏 切 り
A	協 調	3, 3	0, 4
	裏 切 り	4, 2	1, 1

つを裏切りと読み替えて利得表2の数値例で確認してみよう。

Aは裏切りという支配戦略をもつ。裏を返せば協調というより劣った(強)被支配戦略がある。この(強)被支配戦略 s_i' (s_i'' に対する)の定義は

$$U_i(s_i', s_j) < U_i(s_i'', s_j) \quad \text{for all } s_j \in S_j \quad \text{and all } s_i'' \neq s_i' \in S_i, \\ j \neq i, \quad i, j = A, B$$

である。今のケースでは $i=A$ で、 $s_A' = \text{協調}$ 、 $s_A'' = \text{裏切り}$ となる。因に、弱被支配戦略 s_i' (s_i'' に対する)の定義は

$$U_i(s_i', s_j) \leq U_i(s_i'', s_j) \quad \text{for all } s_j \in S_j, \\ \text{with } U_i(s_i', s_j) < U_i(s_i'', s_j) \quad \text{for at least one } s_j \in S_j \\ \text{and all } s_i'' \neq s_i' \in S_i, \quad j \neq i, \quad i, j = A, B$$

である。

ここでのケースでは戦略がそもそも2つしかないので、支配戦略がある場合はそのまま残りが被支配戦略となるが（逆は逆）、もし選択肢が増えた際には支配戦略がなくとも被支配戦略が見つかる場合がある³⁾

さてこの戦略として採用すべきでない被支配戦略をAにとっての選択肢から削除する。そのためAは裏切りを選ぶことになる。他方このときBには支配戦略、更には削除できる被支配戦略が存在していないが、それでもAの戦略である裏切りを前提とすると、協調をむしろ選ぶべきであることが分かる。本ケースのようにどちらか一方にしか選択すべき支配戦略がなくとも（あるいは少なくとも除去すべき被支配戦略がなくとも）、その被支配戦略を削除し考察すべき範囲をプレイヤー間で反復的に狭めて行き、最終的に均衡が求まる場合には、その導出され得た均衡を反復支配戦略均衡という。ここでは特にプレイヤーのもつ選択肢は2つと限定されているため均衡の絞り込みは容易であった。もちろん実際にはもう少し手間を要することが多いであろう。

2.3 支配の概念からナッシュ均衡へ

さてここで表3を見ていただきたい。このゲームにはどちらのプレイヤーにも被支配戦略は存在していない。そのため戦略の支配の考え方をを用いて均衡を見出し得ない。それにもかかわらず、特別な知識がなくとも（ないからこそ）、もっともらしい落ち着き先、落とし所として候補に上ってくるものが、誰にとっても極めて容易に想像できる。それはパレート最適な解（a3, b3）であり、相手の出方を度外視した単独の数値を含めても利得が最大となっている。かつそれがペアで得られるというのであるから、利害の対立すら本来ない

表3 反復支配戦略均衡からナッシュ均衡へ

		B		
		b1	b2	b3
A	a1	0, 4	4, 0	0, 0
	a2	4, 0	0, 4	0, 0
	a3	0, 0	0, 0	6, 6

はずである。しかしこのような最善でかつ自明に思える均衡がこれまで扱ってきた支配の概念からは、なぜか求められないのである。

この組合せをどのように均衡として定義し、正当化すればよいであろうか。それには、最適反応、ひいてはナッシュ均衡の概念が有用であることが知られている。まず最適反応とはプレイヤーのある任意の戦略に対応する自らの最適な反応の仕方をいう。相手プレイヤーのある戦略 s_j^* に対する最適反応戦略 s_i^* の定義は

$$U_i(s_i^*, s_j^*) \geq U_i(s_i, s_j^*) \quad \text{for all } s_i \in S_i, j \neq i, i, j = A, B$$

となる。この自らの最適反応戦略と相手のそれとの組合せ (s_i^*, s_j^*) をナッシュ均衡と呼び、ここでは

$$U_i(s_i^*, s_j^*) \geq U_i(s_i, s_j^*) \quad \text{for all } i, \text{ and all } s_i \in S_i, \\ j \neq i, i, j = A, B$$

のように定義される。この均衡では、まず相手プレイヤーの戦略を予想し、そのときの自己の最適反応戦略をまさに相手が予想しており、それに対する相手の最適反応戦略がまさしくちょうど当初の自らが予想した相手の戦略になっている。つまりこの状況下では両者共に予想が整合的で矛盾がないものとなっており、従って共に自分の相手に対する予想とそれに応じた戦略の選択をその均衡から自らの意思で一方向的に変更するインセンティブをもたない。その意味で自己充足的予想と自己拘束的合意が実現し、安定的な均衡になっているといえよう。表3ではa3はb3に対する最適反応、b3はa3に対する最適反応であり、互いが互いの最適反応になっていることが確認できる。このようにして $(a3, b3)$ が、支配の概念を用いることなしに、ナッシュ均衡という合理的な組合せとして裏付けられたことになる。

本来、支配戦略均衡や反復支配戦略均衡はかなり強い均衡概念であり、多くのゲームにおいてこの種の均衡を見い出すことは通常できない。しかもこれらはナッシュ均衡であるための十分条件であり、実は最初からナッシュ均衡を導出することで、事実上その均衡を得ることもできていたのである。それならば

なぜ遠回りをせず、直接、ナッシュ均衡に言及しないのであろうか。おそらく極論をいえば入門の段階での教育的配慮として、わざわざ支配の概念を取り扱っている、ともみなせる。これについては次項で再度触れたい。

2.4 チキン・ゲーム

一直線の道路のセンターライン上を、真っ正面に向き合って2台の車を走らせる。当然、どちらかが避けられない限りそのままでは行き違うことはない。臆病者(chicken)は衝突を避けようと怯んでハンドルを(日英なら左に、その他欧米なら右に)切るに違いない。先に避けた方がchickenで負けとなる。しかし、もし強情を張って互いに譲らなければ両者にとって最悪の事態を招く。そこで戦略の組合せとして考えられるものは、相手が避けると予想すれば直進するし、直進すると予想すればやむ無く避けざるを得ない、という2つである⁴⁾。

この我慢比べゲームをより深く吟味するため、表4のように戦略の名称を読み替え、これを以下のように解釈し直そう。このゲームには支配戦略が、ひいては被支配戦略がどちらのプレイヤー側にも存在しておらず、しかもナッシュ均衡が(協調, 裏切り), (裏切り, 協調)と複数個存在している。共にパレート最適とはなっているが、それでも相手の協調を前提とする裏切りを戦略として選んだ方が、単独では最大の結果を享受でき、有利である。

表4 チキン・ゲーム

		B	
		協 調	裏 切 り
A	協 調	3, 3	2, 4
	裏 切 り	4, 2	1, 1

このゲームは先のケースにおける大きな豚が2匹いるゲームとみなすことができる。箱の中の豚では大きな豚が損な役回りを引き受けることになっていた。ここではその役は必ずしも決まっていない。上述のように相手の裏切りを予想するならば、協調の選択はやむを得ず、その意味で望ましい判断といえる。

しかしできることなら、相手からの譲歩を引き出し、むしろ自分の方こそが裏切る立場でいたいと願っている。どちらの均衡が実現しやすいか、以上の想定からだけでは事前に確定的とはなり得ない。そうであるが故に、駆引きの余地があり、そこがゲームの面白みともいえる。通常この問題は混合戦略まで考慮して解くか、展開型ゲームの枠組みでサブゲーム完全均衡を求めることなどで解決する。ここではそこまで議論を掘り下げない⁵⁾。

こうして見ると、箱の中の豚のケースとは、大きな豚がチキン・ゲーム、子豚が囚人のジレンマ・ゲーム、とそれぞれ非対称の状況に直面するという意味での混合ゲームであり、そしてこのことこそが弱者である子豚の立場を強く、逆に強者であるはずの大きな豚のそれを惨めなものにするというパラドキシカルな結果をもたらす要因になっていたのである。箱の中の豚のケースはその特徴として有する反復支配均衡を、支配戦略均衡とナッシュ均衡の橋渡しとして位置付けると同時に、支配戦略均衡とナッシュ均衡をそれぞれ引き出すゲームのプレイヤーが混在する状況としても理解できる。このような意味で、箱の中の豚のケースを囚人のジレンマの説明からナッシュ均衡の定義へと至る手前の段階に導入し、両均衡概念を介在させることは意義のあることと思われる。

2.5 シカ狩り

2人がシカ狩りに参加し、共に持ち場を離れないときにのみ、獲物のシカを仕留めることができる。しかし狩りの対象をウサギに変更するのであれば自分1人であっても捕獲には何等差支えない。2人にとっては協力してシカを仕留めることが最善の結果であり、次善策は目の前にいるウサギを確実に捕獲することである。最悪の事態は相手がウサギを捕ろうと持ち場を離れているにもかかわらず、奇特にもシカを狩るという初志を貫いて、その結果シカを取り逃がしてしまうことである。しかも当然、このときウサギの捕獲を断念するという機会費用まで負わなければならない。こうして、この最悪の結果を回避しようとするがあまり、最善策による成果には目を瞑り、目先のウサギで妥協すると

いう、やや愚かしい結末の可能性もあながち無視できないのである⁶⁾ 表5でこのことを確認してみよう。

表5 シカ狩り

		B	
		協 調	裏 切 り
A	協 調	3, 3	0, 1
	裏 切 り	1, 0	1, 1

ここでは高位均衡（協調，協調）と低位均衡（裏切り，裏切り）が共にナッシュ均衡として求められる。相手プレイヤーが協調すると予想すれば進んで協調を選ぶが、反対に裏切りを予想すればやむ無く裏切りを選ぶことになる。本来これら2つのナッシュ均衡はどちらも実現しうる。しかしその可能性の程度は、相手の協調行動を十分に信じていることができるかどうか、そして自らがどの程度リスク回避的であるのかどうかに強く依存する。今、相手からの協調が当てにできず自らがリスクを避ける傾向が強いのであれば、後者の低位均衡の成立をかなりの程度予測できる。特に狩りに参加するメンバー数が多くなった場合、そのとき1人の裏切りであっても狩りの成否が大きく左右され、その種のリスクを多くの狩りのメンバーが避けようと裏切りを選択し、その結果、ますますパレート劣位の均衡の方がパレート優位な均衡を抑えて実現する可能性が高まってしまふであろう。この意味で低位均衡（裏切り，裏切り）をリスク支配的均衡と呼ぶことがある⁷⁾⁸⁾

2.6 諸ケースの整理

囚人のジレンマ——（支配戦略均衡）——すべてのプレイヤーが支配戦略をもつ
 箱の中の豚——（反復支配戦略均衡）——一部のプレイヤーのみが支配戦略をもつ
 チキン・ゲーム } ——（ナッシュ均衡）——どのプレイヤーも支配戦略をもたない
 シカ狩り

囚人のジレンマのケースでは、すべてのプレイヤーが支配戦略を有し、その組合せを支配戦略均衡と呼ぶこと、そしてその結果がパレート非効率であることを学んだ。箱の中の豚のケースは、この後に続くナッシュ均衡の説明のための橋渡しとして囚人のジレンマ・ケースとチキン・ゲーム、シカ狩り、両ケースの間に介在させた。そしてそれを一部のプレイヤーのみが（被）支配戦略を有する反復支配戦略均衡のケースと位置付け、その特徴と結果を紹介した。加えてすべてのプレイヤーが共に支配戦略を有さないケースとしては、チキン・ゲームとシカ狩りの両ケースを取り上げ、それらにおいてナッシュ均衡を導き出した。

チキン・ゲームでは2つの均衡の内のどれが実現するかで、仮に最悪の結果を免れたとしても、プレイヤー間の利害はある程度対立してしまう。従ってそこに、威嚇、脅しなどの駆け引きの材料として、いわゆるコミットメント等戦略的行動の余地が存在してくる。このゲームは、公共財供給負担を押し付け合う、いわゆるフリーライダーのアナロジーから貢献（または寄付）ゲーム（contribution game）と呼ばれることもある。他方、シカ狩りのケースでは対角成分に対応する戦略の組合せが、すべてナッシュ均衡（複数均衡）となっており、このようなゲームを通常、調整ゲーム（coordination game）という。そこでは一見したところ利害対立はなく、逆にプレイヤー間で戦略の選択を適切に調整することによって利得を共に引き上げることが可能となるはずである。しかしそれでもリスク支配の問題から調整の失敗が生じ、その結果、低位均衡が実現してしまうかもしれない⁹⁾

またこの調整ゲームには、チキン・ゲーム、シカ狩りの両ケースの特徴を併せ持つケースとして、男女の争いとして知られるゲームも挙げられる。つまりそこでは利害の対立するチキン・ゲーム的側面と利害の共通するシカ狩りの側面の両要素が含まれている¹⁰⁾

更に焦点均衡として知られるケースもこの調整ゲームの一種と見なせる。ここでは慣習や共通する文化的、心理的背景から、本来無数にあるべき均衡のう

ち、極少数の“prominence”で“conspicuousness”という意味で“focal”な組合せが特に実現しがちであることが示される¹¹⁾

3. 繰り返しゲーム

これまで取り扱ってきたゲームにおいては、パレート最適の組合せ（協調、協調）は一部を除いて均衡として実現しないことが明らかにされた。このことを踏まえ以下では特に、囚人のジレンマとシカ狩りにおけるパレート非効率な均衡成立の問題をどのようにして解消し、結果的にプレイヤー間におけるより望ましい協調関係の生成へと導いていけるのか、を議論する。

まず、ここでは1回限りの孤立したゲームではなく、同時決定ゲームが時間の経過を伴いながら何度となく繰り返し行われるものとしよう。このような状況下では、これまでと違い、将来のために今協調するという、協調のための好ましい動きが見られるであろうか。残念ながらゲームに終わりがあり、かつそれがいつであるかははっきりと分かっている場合には、ゲームが何度繰り返されようとも、そこから協調行動を引き出すことはできない。なぜなら終わりがいつであるか分かっている以上、その最後の段階では、もうその先（将来）がないため、今を犠牲にして将来の協調を求める必要がなく、従って裏切りの選択がなされることになる。そうであればまた最後から2番目の行動が、その次である最後の行動に何等影響を及ぼし得ないのは自明である。そのため最後から2番目の段階でも裏切りが選択される。同様に最後から3番目の行動も2番目のそれに影響を及ぼし得ないことになり、裏切りが選ばれる。こうして完備情報下では多段階であっても有限回に留まる限り、1回限りのゲームとまったく同様にして各段階で裏切りの選択がなされることになる¹²⁾これを逆向き帰納法（backward induction）のパラドックスという。

それではゲームが無限回繰り返される場合はどうであろうか。このケースではそもそも最後の段階でのゲームが存在していないため、裏切りを確定させようもない。従ってこの種のゲームの想定下では、将来のために今協調し、その

結果、プレイヤー間に自らの（よい）評判が形成され、その当然の帰結として社会にとって望ましい協調関係が確立される道筋がなんとか付いたことになる。ただしこれには幾つかの条件が満たされていなければならない。その条件を順次明らかにするために、ここでは無数の想定可能な戦略の中から、特にトリガー戦略をその採用すべき戦略の候補として取り上げ、考察してみることにしよう。これは次のように定義される。

トリガー戦略：

最初のゲームでは必ず協調を選択し、そのとき相手プレイヤーも協調を選択しているのであれば次のゲームでも協調を選択する。もし相手プレイヤーが何れかの段階で一度でも裏切りを選択したのであればそのとき以降、常に裏切りを選択し続ける¹³⁾

つまり初対面の相手にはまず協調で対処する。そして相手が協調で応じてくれる限り、次回こちらも協調で答える。しかし一度、裏切られれば直ちに永久懲罰を与えるというものである。二度、三度と続け様に裏切ることはないだろうとか、何かの間違いだ、魔が差したのだろうとか、相手の裏切り行為を決して好意的に解さず、容赦なく直ちに報復する、これがこの戦略の特徴である。このような想定下では少なくとも協調から逸脱するインセンティブを抑制する効果の存在が認められる。

しかし問題はその効果が十分に大きいかどうかである。そこで協調が適切であることの条件を求めるため、まず2人がトリガー戦略を採り合うときの割引現在価値の総計を求めてみると

$$3 + \delta 3 + \delta^2 3 + \delta^3 3 + \cdots = 3 / (1 - \delta)$$

であることが分かる。ただし δ はプレイヤー間で共通の将来利得の割引因子であり、 $0 \leq \delta < 1$ の値を取る¹⁴⁾

次にある段階で協調から離反したときのその時点における離反者自身の割引現在価値の総計は

$$4 + \delta + \delta^2 + \delta^3 + \cdots = 4 + \delta / (1 - \delta)$$

である。プレイヤーがトリガー戦略を採り合うことが最適であるならば、つまりトリガー戦略の組合せがナッシュ均衡であるならば、その定義より

$$3/(1-\delta) \geq 4 + \delta/(1-\delta)$$

が成立しなければならず、結局そこから

$$\delta \geq 1/3$$

という条件が導かれる。このことは、協調関係の崩壊がもたらす将来利得減少というコストと裏切りによって得る今期のみの一時的利得増大のベネフィットを損得勘定するとき、結果的に協調を選択するには、将来の利得を比較的高く評価することのできるプレイヤーであることを要求している。またトリガー戦略の性格から言えることとして、先にも触れた懲罰の実行に逡巡しないことが重要である。この報復のタイミングを逸することは（協調，協調）の成立を危うくする¹⁵⁾ 更に、ゲームの遂行自体を放棄し、ゲームから一方的に降りてしまうことのないよう、十分な退出コストも必要である。これがなければ裏切り後、直ちにゲームを降りてしまったプレイヤーに対して何等の（少なくとも環境が変わり、不便な生活を強いられることを除いて）ペナルティーをも課し得なくなってしまう。ここでは隠遁生活をも厭わない仙人ではなく、社会とのかかわりなしには生きられない社会性を帯びた常識的な人物をイメージすればよいであろう。このように将来を重視する傾向、ペナルティーの速やかな実行、そしてそれらを担保する集団性・社会性、以上を協調のための必要条件と見なしておこう。

この関係を表6で今一度確認する¹⁶⁾ トリガー戦略に加えて、非常に単純な行動計画ではあるが、極端な例として、“常に協調”を採り続けるお人よし戦略と、“常に裏切り”を採り続ける性悪戦略を取り上げ、繰り返しゲームの1期当たり平均利得で利得表を作成する。パレート最適な結果から逸脱（ここでは裏切り）するプレイヤーに永久懲罰のペナルティーを課す。その結果得られるナッシュ均衡には、常に裏切りに加え、新たにトリガー戦略の組合せも確かに含まれてくる。従って一回限りのゲームでは決して成立し得なかったプレイヤ

表6 1期当たり利得

		B		
		常に協調	常に裏切り	トリガー戦略
A	常に協調	3, 3	0, 4	3, 3
	常に裏切り	4, 0	1, 1	$4 - 3\delta, \delta$
	トリガー戦略	3, 3	$\delta, 4 - 3\delta$	3, 3

一問での協調関係は、無限回繰返しゲームの枠組みでは均衡として少なくとも実現しうるということが明らかとなっている。¹⁷⁾

無限回繰返しゲームでは、無限個のサブゲームが存在する。無限の将来へと続くプレイ上ではそれらのサブゲームにおいても上で求めたものと同様にやはりナッシュ均衡が求まることから、トリガー戦略がサブゲーム完全均衡であることが分かる。このように協調がナッシュ均衡、サブゲーム完全均衡として成立しうること、更にはここでは議論しないが、(完全)フォーク定理によって協調が以上の結果を含む無数の均衡として成立することが示されうる。¹⁸⁾

4. お わ り に

戦略型ゲームの中で特に4種のケースをそのゲーム論的エッセンスの性格付けとして象徴的に取り上げ、それぞれの特徴点を紹介し、均衡を導出した。その後、繰返しゲームの枠組みで、プレイヤー間の協調の生成を示しうることを明らかにした。今後の課題としては、以上の関係を具体的な経済問題に適用し、議論をより掘り下げて行きたい。

註

- 1) よく学生に、この種の囚人のジレンマの状況を説明して、自分ならどうするか考えさせてみると、何人かから必ず、道義的に仲間を裏切れないとか、後で仕返しされるので黙秘すると思う、などここでの論理的帰結に対する反対意見が出てくる。しかし注意すべきは、このゲームは1回限りのプレイに意味合いが限定されており、明日以降の2人のやり取りや付き合い方といった、恐らくは続くであろう次期以降のゲーム的状况からは独立しているということである。また仲間を裏切る心理的苦痛が少なからずあるとしても、それ

は既に利得の数字に反映されているということも忘れてはならない。もしこの種の苦痛があまりに大きいものであれば、そのときそれを織り込んだゲームの構造はもはや表1のそれとは性格を大きく異にするものとなり、そこではいわゆる囚人のジレンマのケースではないゲームが議論されることになってしまう。このケースに限らず、これ以降展開される諸ケースにおいてもこの点に十分留意されたい。

- 2) ダビデとゴリアテの戦いをも彷彿させるこのゲームの詳細については McMillan (1992), Rasmusen (2001) 等を参照のこと。
- 3) 例えばこのゲームには、A, B 双方にとって支配戦略自体は存在しない。しかし幸い B には b2 に対する b3 という被支配戦略があるため、その種の被支配戦略の消去により選択肢の絞り込みが可能となり、結果、反復支配戦略均衡 (a1, b1) が求まる。

		B		
		b1	b2	b3
A	a1	3, 4	4, 3	3, 1
	a2	2, 3	3, 6	4, 5

- 4) このゲームについてはその背景に対する言及を含めて Poundstone (1992) がわかりやすく一番詳しい。
- 5) 混合戦略まで考慮したときには、A, B 共に、強調、裏切りの確率が $1/2$, そのときの均衡利得は (2.5, 2.5) という混合戦略が純粋戦略均衡に追加される。このとき悲劇的な結末 (裏切り, 裏切り) の確率は 25% となる。
- 6) このゲームについての詳細は、先に挙げた Poundstone (1992) または Hargreaves Heap and Varoufakis (1995) を参照のこと。
- 7) これについては Fudenberg and Tirole (1991) を参照のこと。
- 8) 混合戦略まで考慮したときには、A, B 共に (協調, 裏切り) の確率 (これまでとベクトルの使い方が異なりややミスリーディングだが) を $(1/3, 2/3)$ とする混合戦略が得られ (正確には均衡は $\{(1/3, 2/3), (1/3, 2/3)\}$), その期待利得は (1, 1) である。その際、A にとっての最悪の (協調, 裏切り) の組合せの確率は約 22%, B にとって最悪の (裏切り, 協調) は約 22%, (裏切り, 裏切り) は約 45%, そして (協調, 協調) は約 11% となる。
- 9) そのため、この種のゲームは tender trap とも呼ばれることがある。これについては Hirshleifer (1982) を参照のこと。
- 10) チキン・ゲームには利害の共通する部分も含まれている (衝突だけは共に避けたい)。もし 100% 利害が対立するとき、それはむしろコイン合わせゲームとして知られるものとなる。この種のゲーム (例えば表3において戦略 a3, b3 を除いたもの) においては 100% の利害対立のため純粋戦略ではナッシュ均衡を求めることができない。
- 11) Schelling (1960) を参照のこと。

- 12) ゲームが有限回ではあっても、その終わりがいつであるか分かっていない場合については注14)を参照のこと。
- 13) トリガー戦略と同様の結論がより緩いオウム返し戦略の条件の下でも得られる。詳細は岡田(1996)を参照のこと。
- 14) 利子率が r のとき、割引因子は $\delta = 1 / (1 + r)$ と定義される。もしここでゲームが無限回繰り返されるのではなく、有限回で終了する可能性を含める場合には、割引因子は、1期で終了する確率を ρ 、従って次期に継続する確率を $1 - \rho$ とすると、 $(1 - \rho) / (1 + r)$ と変更される。
- 15) この点に関する議論の背景はAxelrod(1984)を参照されたい。彼のその後の展開についてはAxelrod(1997)を参照のこと。またこの点に関連して、Allman(1994)は協調性が攻撃的なことの裏返しにすぎず、いみじくも双方が矛盾しないことを述べている。
- 16) 1期当たりであるため、ここでは利得の数値(総計)が $1 - \delta$ 倍されている。尚、他のケースについてもパレート最適な組合せ(協調, 協調)に関するトリガー戦略を考慮すれば、基本的特徴としてはほぼ同様な結果が得られる。
- 17) ここでは繰り返しゲームは協調の可能性を生じさせているだけであって、あくまで均衡の1つとして得られているにすぎないことに注意されたい。このことは他ケースについても同様に当てはまる。
- 18) この点の証明はGibbons(1992)または岡田(1996)を参照のこと。

参 考 文 献

- Allman, W. F. (1994) *The Stone Age Present*, New York: Simon & Schuster. 掘瑞絵訳『ネアンデルタールの悩み』青山出版社, 1996年。
- Axelrod, R. (1984) *The Evolution of Cooperation*, New York: Basic Books. 松田裕之訳『つきあい方の科学』HBJ出版局, 1987年。
- (1997) *The Complexity of Cooperation*, Princeton: Princeton University Press.
- Fudenberg, D. and J. Tirole (1991) *Game Theory*, Cambridge: MIT Press.
- Gibbons, R. (1992) *Game Theory for Applied Economists*, Princeton: Princeton University Press. 福岡正夫, 須田伸一訳『経済学のためのゲーム理論入門』創文社, 1995年。
- Hargreaves Heap, S. P. and Varoufakis, Y. (1995) *Game Theory*, London: Routledge. 荻沼隆訳『ゲーム理論』多賀出版, 1998年。
- Hirshleifer, J. (1982) *Evolutionary Models in Economics and Laws: Cooperation Versus Conflict Strategies*, *Research in Law and Economics*.
- McMillan, J. (1992) *Games, Strategies, and Managers*, Oxford: Oxford University Press. 伊藤秀史, 林田修訳『経営戦略のゲーム理論』有斐閣, 1995年。
- Poundstone, W. (1992) *Prisoner's Dilemma*, New York: Doubleday. 松浦俊輔訳『囚人のジレ

ンマ』青山社, 1995 年。

Rasmusen, E. (2001) *Games and Information*, 3rd ed., Malden: Blackwell. 細江守紀他訳『ゲーム理論と情報の経済分析 I・II』九州大学出版会, 1989, 1991 年。

Schelling, T. (1960) *The Strategy of Conflict*, Cambridge: Harvard University Press.

岡田章『ゲーム理論』有斐閣, 1996 年。

付記 本稿は, 平成 12 年度松山大学特別研究助成金による研究成果の一部である。