

EXCEL 利用のシミュレーション

——いくつかの教育的例題(I)——

石 田 徳 孝

I 緒 論

統計学やORを勉強する者にとって、まずはその理論的側面を理解することが先決であり必要だが、それと相俟ってまた、その演習的側面も必要であり重要となってくること誰しも首肯するところであろう。端的に言えば、演習問題を解くことにより、理論の理解が一層深まるのであり、さらには問題を解くという、時として難行苦行を伴う経験を通じてこそ初めて、理論そのものが心底血肉となって身に付くのである。

筆者は長年「統計学」や「経営科学 (OR)」関係の講義・ゼミ等に携わってきているが、文科系大学ということもあり、理論面に付き物の数式は極力遠慮をしました顔色を見ながら、さらには難行苦行を伴う演習が、一層「統計」嫌いにさせはしまいかと気を揉みながら今日に至っている。

しかして、そのような状況の下で、近年パソコンの登場とまたその後の目覚ましい発展とにより、我々や学生たちにも、比較的リーズナブルな価格で以て、コンピュータ (パソコン) を所有することがごく当たり前のこととして可能となってきた。そしてパソコンには、ほぼ標準で Microsoft 社製の EXCEL が備えられており、あるいは必要なら備えることが出来る。この EXCEL あるいはそれと同等の Lotus についてでも同じことだが、我々「統計学」や「経営科学 (OR)」屋にとって、便利この上もない誠に有用な道具である。このような便利・有用な道具を使わない手はない。教育の現場においても全くそうであ

る。これら使ってみて改めて感じるのであるが、「統計学」等の教科書は、それに伴って新たに付け加えたりあるいはカットされるなど、一部書き換えられてしかるべき箇所が生じているのではないか。道具という語感から、何かその理論に従属する下位概念としての位置付けに解されそうであるが、まさに道具そのものが画期的なものであれば、もとの理論をして逆に影響を与えしめ、さらには理論そのものの一層の進化・発展に寄与することがある。少しオーバーに言えばまさに革命的ですらある。以上は実感である。ともあれそのような次第で、教育の現場においても、指導内容・方法も当然変化をもたらす。

新しい便利な道具の出現によって、厄介な計算や面倒な表引きから解放されて、それはそれで結構なことではあるが、それと裏腹の関係として、今度は身に付かない、統計的読解力が養われないなどの恐れなしとしない。こうなってはマズイので、たとえば、1回目は面倒でも否それなるが故にこそ電卓を叩かせ、コンピュータは次回以降で、というような工夫も必要になってこよう。

本稿は、このEXCELを利用して、「統計学」や「経営科学 (OR)」分野での教育的な演習問題の一つの紹介事例である。特に、ここで紹介する「待ち行列のシミュレーション (モンテカルロ法)」は、難しい数学は一切必要とせず、さらに加えて現実問題として即応用が期待出来ることから、文系学生にとって興味を繋げる格好の教材ではなかろうかと考える次第である。

Ⅱ サービス窓口のシミュレーション (モンテカルロ法)

具体的には、ここでは宮川公男ら [1] からの例題を取り上げる。[1] P.180 によれば次のようである。

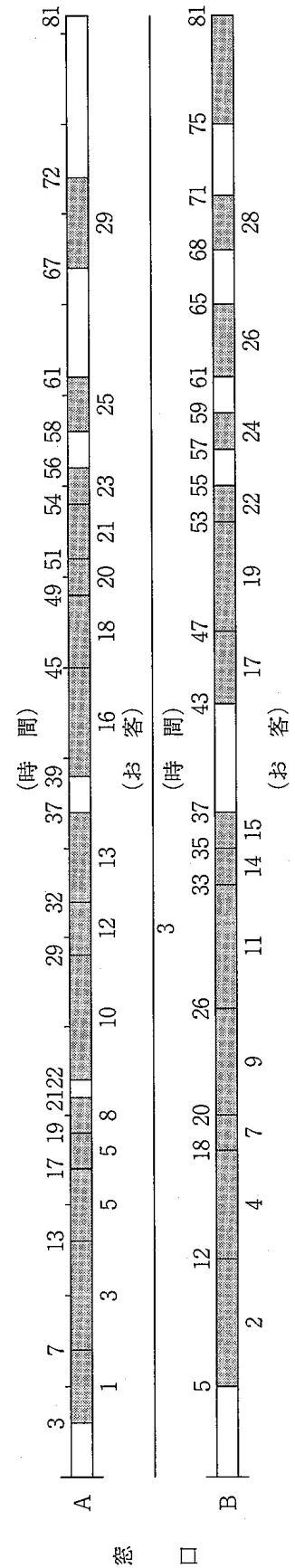
いま、あるサービス窓口に到着するお客の到着時間間隔およびサービス時間の確率分布が、次々ページの表のように与えられているものとする。このような仮設の下、お客が到着し、サービスを受け、サービスが終われば系から立ち去るわけであるが、系の状況—具体的には、待ち行列の長さ、待ち時間、窓口の遊休時間—がどうなるか、もちろんこの考察に当たり、サービス窓口の個数

サービス窓口のシミュレーション

お 客	乱 数	到着間隔	到着時間	乱 数	サービ ス時 間	窓口が一つの場合				窓口が二つの場合				窓口の* 遊休時間
						サービ ス開 始時刻	サービ ス終 了時刻	待ち時間	窓口の 遊休時間	サービ ス開 始時刻	サービ ス終 了時刻	待ち時間	窓口の 遊休時間	
1	74	3(分)	3(分)	68	4(分)	3	7	0	3	3	7	0	3	-
2	54	2	5	93	7	7	14	2	0	5	12	0	5	5
3	34	2	7	86	6	14	20	7	0	7	13	0	0	0
4	04	1	8	87	6	20	26	12	0	7	18	4	0	-
5	38	1	10	62	4	26	30	16	0	12	17	3	0	-
6	05	2	11	17	2	30	32	19	0	13	19	6	0	-
7	97	1	17	29	2	32	34	15	0	17	20	1	0	-
8	23	1	18	09	2	34	36	16	0	18	21	1	0	-
9	32	1	19	90	6	36	42	17	0	19	22	1	0	-
10	67	3	22	97	7	42	49	20	0	20	26	0	0	-
11	67	3	25	99	7	49	56	24	0	22	29	1	0	-
12	67	3	28	48	3	56	59	28	0	26	33	1	0	-
13	78	4	32	78	5	59	64	27	0	29	32	0	0	-
14	32	1	33	13	2	64	66	31	0	32	35	0	0	-
15	45	2	35	22	2	66	68	31	0	33	37	0	0	-
16	81	4	39	83	6	68	74	29	0	35	45	0	0	-
17	77	4	43	59	4	74	78	33	0	39	47	0	0	6
18	57	2	45	71	4	78	82	36	0	43	49	0	0	-
19	25	1	46	85	6	82	88	36	0	45	51	1	0	-
20	50	2	48	09	2	88	90	40	0	47	53	1	0	-
21	41	2	50	46	3	90	93	40	0	49	54	1	0	-
22	09	1	51	23	2	93	95	42	0	51	55	2	0	-
23	57	2	53	30	2	95	97	42	0	53	56	0	0	-
24	82	4	57	35	2	97	99	40	0	54	59	1	0	-
25	17	1	58	51	3	99	102	41	0	57	61	0	0	2
26	70	3	61	69	4	102	106	41	0	58	65	0	0	2
27	97	6	67	31	2	106	108	39	0	61	69	0	0	3
28	31	1	68	45	3	108	111	40	0	67	71	0	0	-
29	30	1	69	48	3	111	114	42	0	68	72	0	0	-
30	98	6	75	85	6	114	120	39	0	75	81	0	0	4
								840 (28.0)	3			23 (0.77)	23	22

注. *印は, それぞれの窓口が新たにサービスを開始するまでの遊休時間をあらわす。

() は平均待ち時間



到着間隔	確 率	乱 数	サービス時間	確 率	乱 数
1 (分)	0.33	00~32	1 (分)	0.05	00~04
2	0.31	33~63	2	0.34	05~38
3	0.11	64~74	3	0.20	39~58
4	0.10	75~84	4	0.13	59~71
5	0.09	85~93	5	0.11	72~82
6	0.06	94~99	6	0.10	83~92
			7	0.07	93~99

が今一つの条件として必要になってくるが、まずは一つの場合、そして次に二つになるとどうなるか、これが問題である。この問題をいわゆるシミュレーション（モンテカルロ法）の技法を用いて解こうとするのである。

前ページの表は [1] p.181 に載せられているシミュレーションの結果である。ここでは、乱数はテキスト巻末の乱数表から、お客毎にその都度取り出されシミュレーションを行っている。

さて、本稿では、乱数について、EXCEL に装備されている乱数を発生させる関数を使う。端的に言えば、このところが、まさに上との相違点となる。

次節以降、シミュレーションのシート作成の具体的な手順（数式入力）を逐次説明していく。

Ⅱ-0 窓口一つの場合、二つの場合 共用部分の作成・用意

まず、次々ページおよび次ページの表を作成・用意する。両表ともに 1 Sheet に収めることもできるが、ここでは Sheet 1 と Sheet 2 に分けて作成しておいた。表 1-2 および表 2-2 が、それぞれの乱数の割り当て表に基づく照合表となる。

そしてこれら照合表のそれぞれに範囲名としてたとえば、範囲 F4:G9 を、「到着間隔乱数照合表」、範囲 F17:G23 を、「サービス時間乱数照合表」と名付けておくことにする。

さてこれで取り敢えず表作成のための準備が整ったことになる。以下、次のような手順で、次々ページのシートに数式・EXCEL 関数を入力していく。

	A	B	C	D	E	F	G	H
		到着時間間隔 サービス時間 乱数割当表						
1		表1-1 お客の到着時間間隔の確率分布			表1-2 お客の到着時間間隔の乱数割当			
2		到着間隔 (分)	確率	乱数	乱数	到着間隔 (分)		
3		1	0.33	00~32	0	1		
4		2	0.31	33~63	33	2		
5		3	0.11	64~74	64	3		
6		4	0.10	75~84	75	4		
7		5	0.09	85~93	85	5		
8		6	0.06	94~99	94	6		
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15		表2-1 サービス時間の確率分布			表2-2 サービス時間の乱数割当表			
16		サービス 時間(分)	確率	乱数	乱数	サービス 時間(分)		
17		1	0.06	00~04	0	1		
18		2	0.34	05~38	5	2		
19		3	0.20	09~58	39	3		
20		4	0.13	59~71	59	4		
21		5	0.11	72~82	72	5		
22		6	0.10	83~92	83	6		
23		7	0.07	93~99	93	7		
24								
25								

- ① セル C5：お客の到着時間間隔に対する乱数の生成

セル C5 ← = INT (RAND() * 100)

(以下、←によって、左のセルに右の数式・EXCEL 関数を入力することを示す。)

セル C5 の入力分をセル C6 以降セル C34 まで数式コピー。

- ② セル D5：到着間隔乱数照合表により到着時間間隔を照合する。

セル D5 ← = VLOOKUP (C5, 到着間隔乱数照合表, 2, TRUE)

セル D5 の入力分をセル D6 以降セル D34 まで数式コピー。

- ③ セル E5：1 番目のお客の到着時刻

セル E5 ← = D5

- ④ セル E6：2 番目のお客の到着時刻

セル E6 ← = E5 + D6

[illegible]

⑤ セル F5: お客のサービス時間に対する乱数の生成

セル F5 の入力分をセル F34 まで数式コピー。

⑥ セル G5：サービス時間乱数照合表によりサービス到着時間を照合する。

セル G5 ←= VLOOKUP (F5, サービス時間乱数照合表, 2, TRUE)

セル G5 の入力分をセル G34 まで数式コピー。

以上が、サービス窓口一つの場合と二つの場合の共用する部分の入力である。

II-1 窓口一つの場合

さて本節は、いよいよサービス窓口が一つの場合の入力を進めるが、改めて表枠をここではサービス窓口が一つの場合のみ、また関連する部分のみを拡大して表示しておく。

[illegible]

- ① セル H5: 1 番目のお客のサービス開始時刻

セル H5 \leftarrow E5

- ② セル I5: 1 番目のお客のサービス終了時刻

セル I5 \leftarrow H5 + G5

- ③ セル J5: 1 番目のお客の待ち時間

セル J5 \leftarrow H5 - E5

- ④ セル K5: 1 番目のお客に関する窓口の遊休時間

セル K5 \leftarrow H5

- ⑤ セル H6: 2 番目のお客のサービス開始時刻

下のフローチャートは、セル H6 以降の場合分け判定を示す。セル H6 は、 $N=1$ とした場合に該当する。

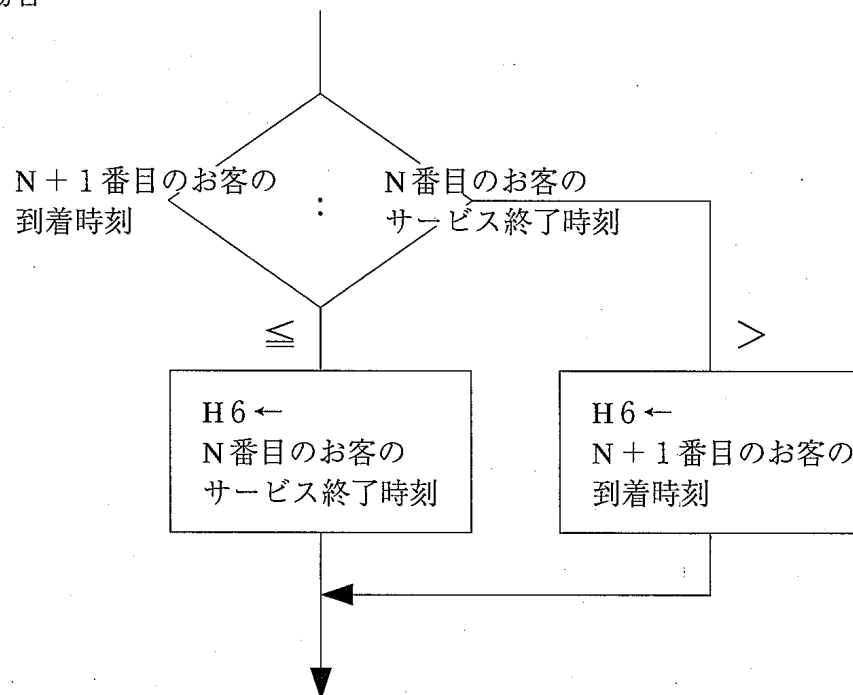
セル H6 \leftarrow IF (E6 \leq I5, I5, E6)

- ⑥ セル K6: 2 番目のお客に関する窓口の遊休時間

セル K6 \leftarrow H6 - I5

セル H6 以降の入力

$N \geq 1$ の場合



以下、セル H 7 以降は、セル H 6 の入力分をセル H 34 まで数式コピー。

セル I 6 以降は、セル I 5 入力分をセル I 34 まで数式コピー。

セル J 6 以降は、セル J 5 入力分をセル J 34 まで数式コピー。

セル K 7 以降は、セル K 6 入力分をセル K 34 まで数式コピー。

これで、取り敢えず、窓口一つの場合のシミュレーション・シートの本体は完成した。この後、集計・解析に必要なため、35 行、36 行に図に示したように、系（ここでは、お客 1 からお客 30 まで）全体における、待ち時間（J 列）、窓口の遊休時間（K 列）の合計、平均の関数を入力しておく。

Ⅱ-2 窓口二つの場合

次に、サービス窓口が二つの場合の入力に移るが、前節に倣って、表枠をサービス窓口が二つの場合で、また関連する部分のみを拡大して表示しておく。

	A	B	E	G	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
	サービス窓口のシミュレーション(モンテカルロ法)												
2	お客	到着時刻	サービス 時間	窓口が二つの場合					窓口A		窓口B		
3				サービス 開始時刻	サービス 終了時刻	待ち時間	窓口の遊休時間 A B		入室時刻	退出時刻	入室時刻	退出時刻	
4													
5	1												
6	2												
7	3												
8	4												
9	5												
27	23												
28	24												
29	25												
30	26												
31	27												
32	28												
33	29												
34	30												
35					合計=								
36					平均=								
37													

表には、Q 列～T 列に示したように、窓口 A、窓口 B の入室時刻・退出時刻のお客番毎の逐次変化を追跡計算する列を付け加えてある。これら列は元の表

にはなく、このままそれがない状況で問題を考えようとする数式化はなかなか難しい。表に示したようなこれら列を追加することにより、途中の思考プロセスをワン・クッション置くことで問題は一気に解決に向かう。ちょうど幾何学における補助線的役割に似ている。

そのような訳で、本節はまず窓口 A、窓口 B の入退状況から解析を始める。それに先立って、お客が到着して窓口 A、B に入るに当たってのルールを取り決めておく。

【A】1 番目のお客は、窓口 A に入る。

【B】2 番目のお客は、窓口 B に入る。

3 番目以降のお客に対するルールとして、

【C】お客が到着したとき、いずれか一方の窓口が空いていれば、その空いている方に入る。

【D】お客が到着したとき、両方の窓口が塞がっていれば、お客は待機して(つまり立ち去らずに)、いずれか先に空いた方に入る。

【E】上の補足にもなるが、もし両窓口が同時に空けば、そのときは窓口 A に入ることとする。

【F】お客が到着した時点で既に、両窓口が空きの状態であれば、先に空いている方に優先順位があるものと見做し、先に空いている窓口の方に入ることとする。

以上が、取り決めである。

以下、手順を記す。

① セル Q5: 1 番目のお客が、窓口 A に入る時刻

セル Q5 \leftarrow E5

② セル R5: 1 番目のお客がサービスを終わって窓口 A から出る時刻

セル R5 \leftarrow Q5 + G5

③ セル S6: 2 番目のお客が、窓口 B に入る時刻

セル S6 \leftarrow E6

- ④ セル T6: 2 番目のお客がサービスを終わって窓口 B から出る時刻

セル T6 ← = S6 + G6

- ⑤ セル Q6, R6: 2 番目のお客に関する窓口 A の入退状況を示すが、ここではお客は窓口 B に入ったから、ダミーとして直前のセルの値を転記しておく。

セル Q6 ← = Q5

セル R6 ← = R5

- ⑥ セル Q7: 3 番目のお客が窓口 A に入室するか否か (否の場合窓口 B) を判定し、もし窓口 A に入るとするなら、その入室時刻を、またそうでなければ (つまり窓口 B となるので)、ダミーとしておけばよく、前客の入室時刻を転記する。

なお、これに関して次ページのフローチャートも参照されたい。図でセル Q7 は、N = 3 の場合となる。

セル Q7 ← = IF (R6 ≤ T6, IF (E7 ≤ R6, R6, E7), Q6)

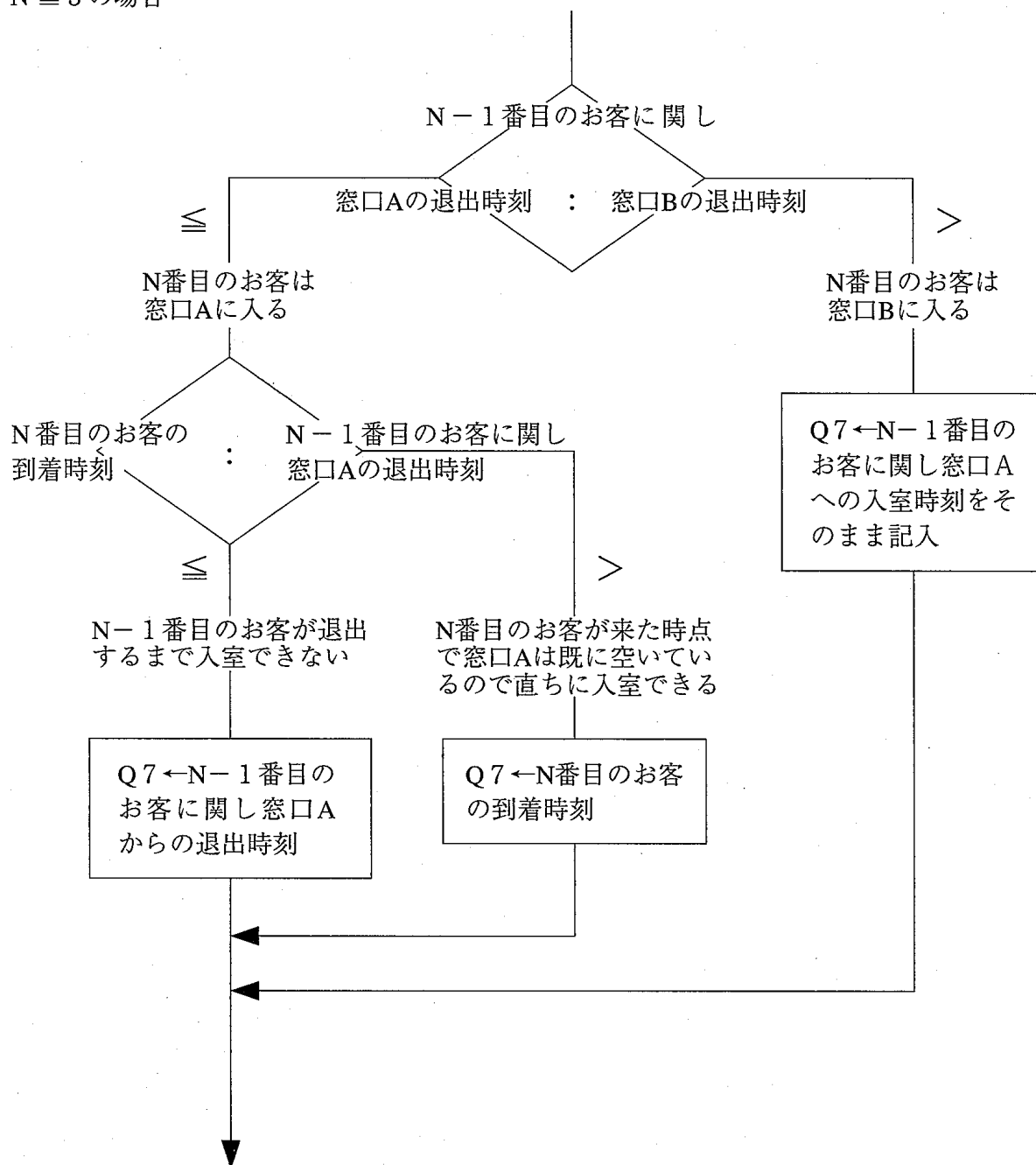
- ⑦ セル R7: 3 番目のお客が窓口 A に入ったならば、そのお客の窓口 A からの退出時刻を表す。(ただここで注意しなければならないのは、単純に「入室時刻 + サービス時間」ではなく、その訳は、お客が窓口 A に入らない場合があり、その場合、ダミーとして前客の退出時刻を下に転記することになっているからである。

なお、これに関して次々ページのフローチャートも参照されたい。構造的には、前図と同じであり、窓口 A に入ったならば、(場合分け判定を経て[入室時刻]を決定し)「入室時刻 + サービス時間」であり、そうでなければ、上述のように前客の退出時間をダミーとして転記する。図でセル R7 は、N = 3 の場合となる。

セル R7 ← = IF (R6 ≤ T6, IF (Q7 ≤ R6, R6 + G7, Q7 + G7), R6)

- ⑧ セル S7: 3 番目のお客が窓口 B に入室するか否か (否の場合窓口 A) を判定し、もし窓口 B に入るとするなら、その入室時刻を、またそうでなけ

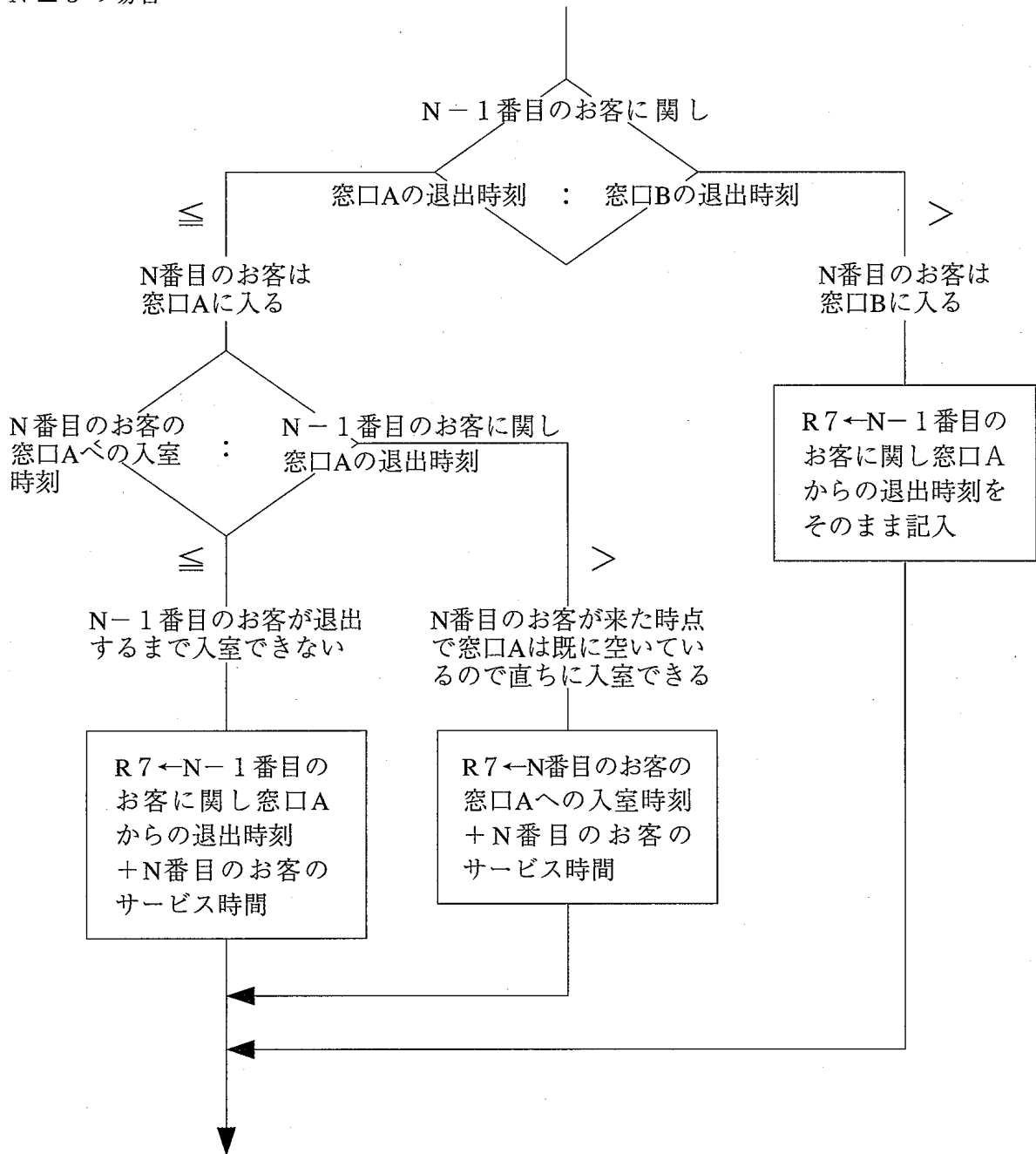
セル Q 7 以降の入力

 $N \geq 3$ の場合

れば (つまり窓口 A となるので), ダミーとしておけばよく, 前客の入室時刻を転記する。

なお, これに関して次々ページのフローチャートも参照されたい。セル S 7 は, $N = 3$ の場合となる。

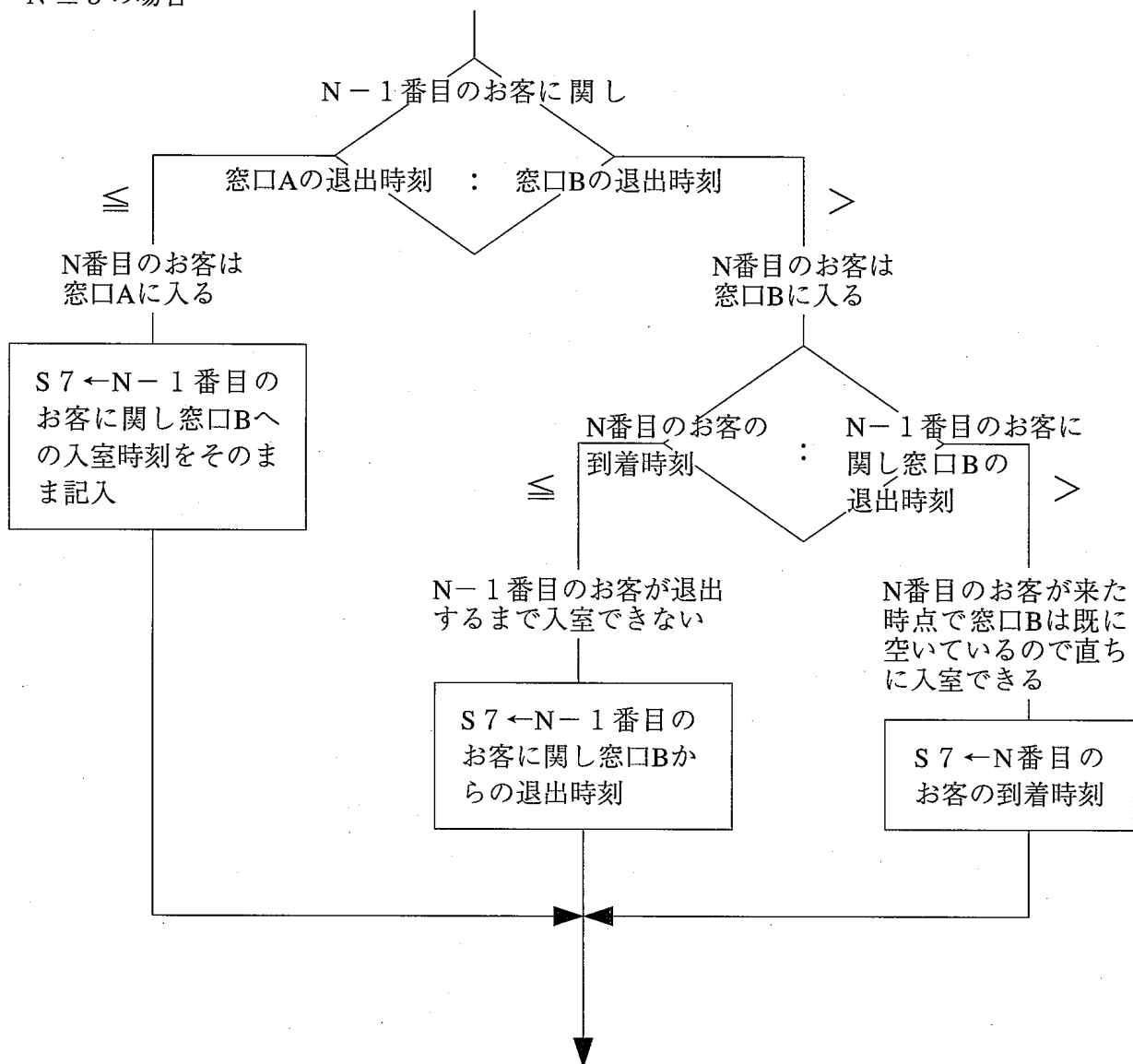
セル R7 以降の入力

 $N \geq 3$ の場合

セル S7 ← IF (R6 ≤ T6, S6, IF (E7 ≤ T6, T6, E7))

- ⑨ セル T7: 3番目のお客が窓口 B に入ったならば, そのお客の窓口 B からの退出時刻を表す。(ただここで注意しなければならないのは, 単純に「入室時刻 + サービス時間」ではないこと⑦に同じであり, お客が窓口 B に入

セル S7 以降の入力

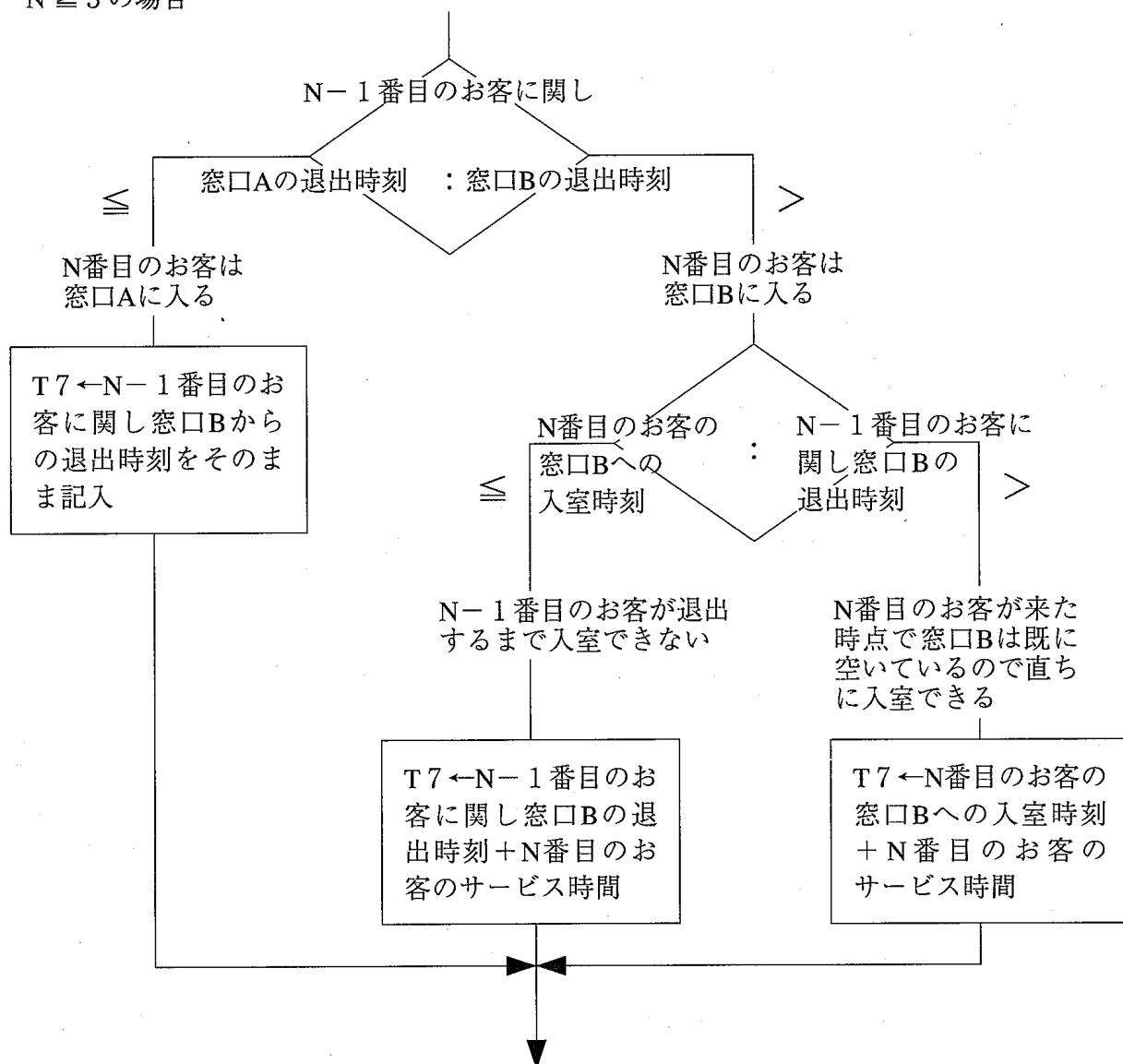
 $N \geq 3$ の場合

らない場合、ダミーとして前客の退出時刻を下に転記することになる。

なお、これに関して次ページのフローチャートも参照されたい。構造的には、前図と同じであり、窓口Bに入ったならば、(場合分け判定を経て「入室時刻」を決定し)「入室時刻+サービス時間」であり、そうでなければ、上述のように前客の退出時間をダミーとして転記する。セルT7は、 $N = 3$ の場合となる。

セルT7 ← IF (R6 ≤ T6, T6, IF (S7 ≤ T6, T6+G7, S7+G7))

セル T7 以降の入力

 $N \geq 3$ の場合

以上が、窓口 A および窓口 B の入退状況である。これら事前解析を資料として、いよいよお客毎のサービス開始・終了時刻を計算する数式入力のステップに入る。

⑩ セル L5: 1 番目のお客のサービス開始時刻

セル L5 ←= Q5

⑪ セル M5: 1 番目のお客のサービス終了時刻

セル M5 ←= R5

- ⑫ セル N5:1 番目のお客の待ち時間

$$\text{セル N5} \leftarrow \text{L5} - \text{E5}$$

- ⑬ セル O5:1 番目のお客に関する窓口 A の遊休時間

$$\text{セル O5} \leftarrow \text{L5}$$

- ⑭ セル P5:1 番目のお客に関する窓口 B の遊休時間

$$\text{セル P5} \leftarrow \text{“-”}$$

- ⑮ セル L6:2 番目のお客のサービス開始時刻

$$\text{セル L6} \leftarrow \text{S6}$$

- ⑯ セル M6:2 番目のお客のサービス終了時刻

$$\text{セル M6} \leftarrow \text{T6}$$

- ⑰ セル N6:2 番目のお客の待ち時間

$$\text{セル N6} \leftarrow \text{L6} - \text{E6}$$

(これは、直前の N5 のコピーで得られる。)

- ⑱ セル O6:2 番目のお客に関する窓口 A の遊休時間

$$\text{セル O6} \leftarrow \text{“-”}$$

- ⑲ セル P6:2 番目のお客に関する窓口 B の遊休時間

$$\text{セル P6} \leftarrow \text{L6}$$

- ⑳ セル L7:3 番目のお客のサービス開始時刻

考え方としては、まずどの窓口に入るべきか判定し、次にその窓口が空きかどうかを判定し、それら場合に依じてそれぞれの処理をする。詳しくは、次ページのフローチャートを参照されたい。セル L7 は、 $N=3$ の場合となる。

$$\text{セル L7} \leftarrow$$

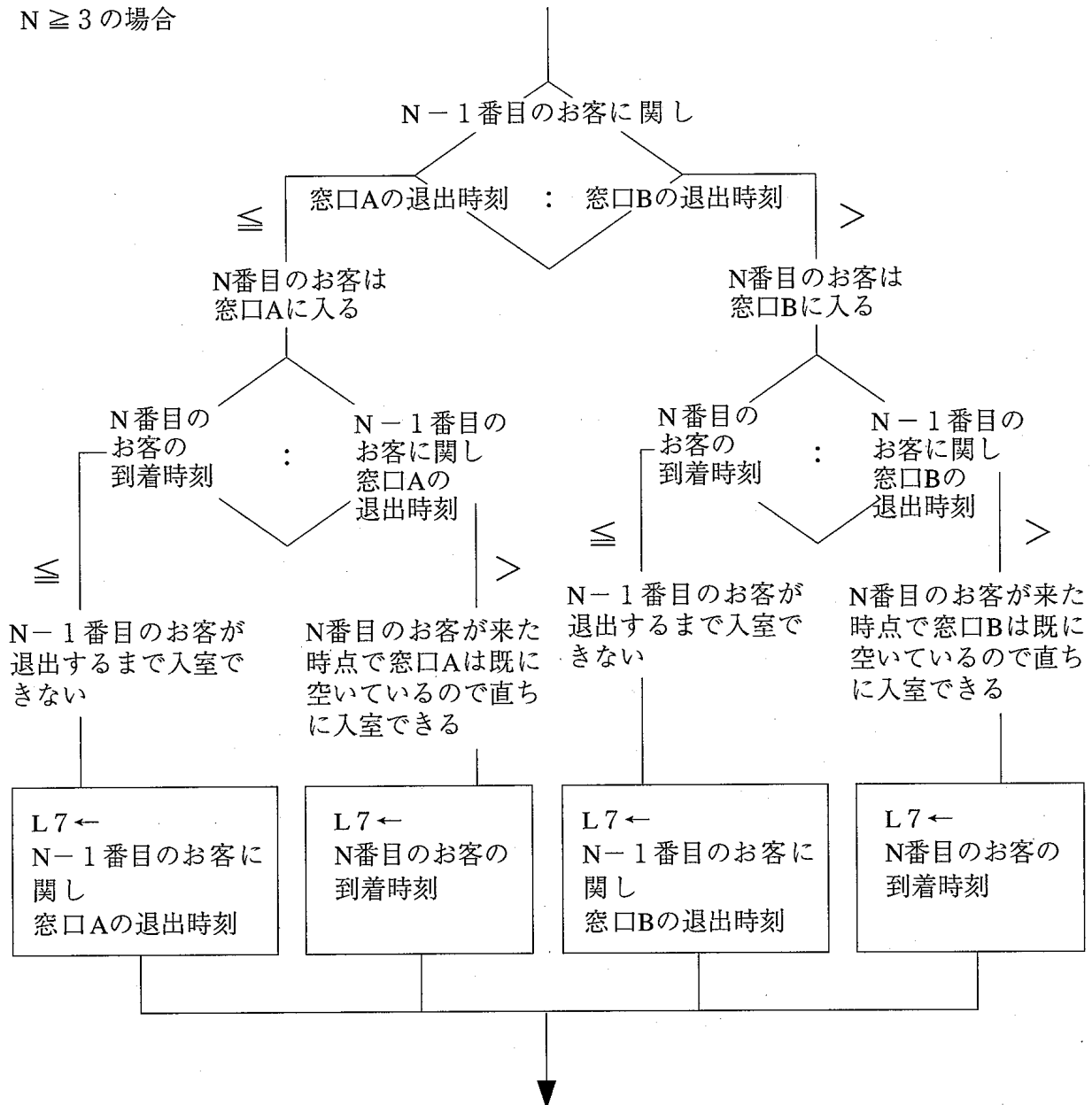
$$= \text{IF}(\text{R6} \leq \text{T6}, \text{IF}(\text{E7} \leq \text{R6}, \text{R6}, \text{E7}), \text{IF}(\text{E7} \leq \text{T6}, \text{T6}, \text{E7}))$$

- ㉑ セル M7:3 番目のお客のサービス終了時刻

$$\text{セル M7} \leftarrow \text{L7} + \text{G7}$$

- ㉒ セル N7:3 番目のお客の待ち時間

セル L7 以降の入力

 $N \geq 3$ の場合

(これは、2つ前の N5 のコピーで得られる。)

② セル O7: 3 番目のお客に関する窓口 A の遊休時間

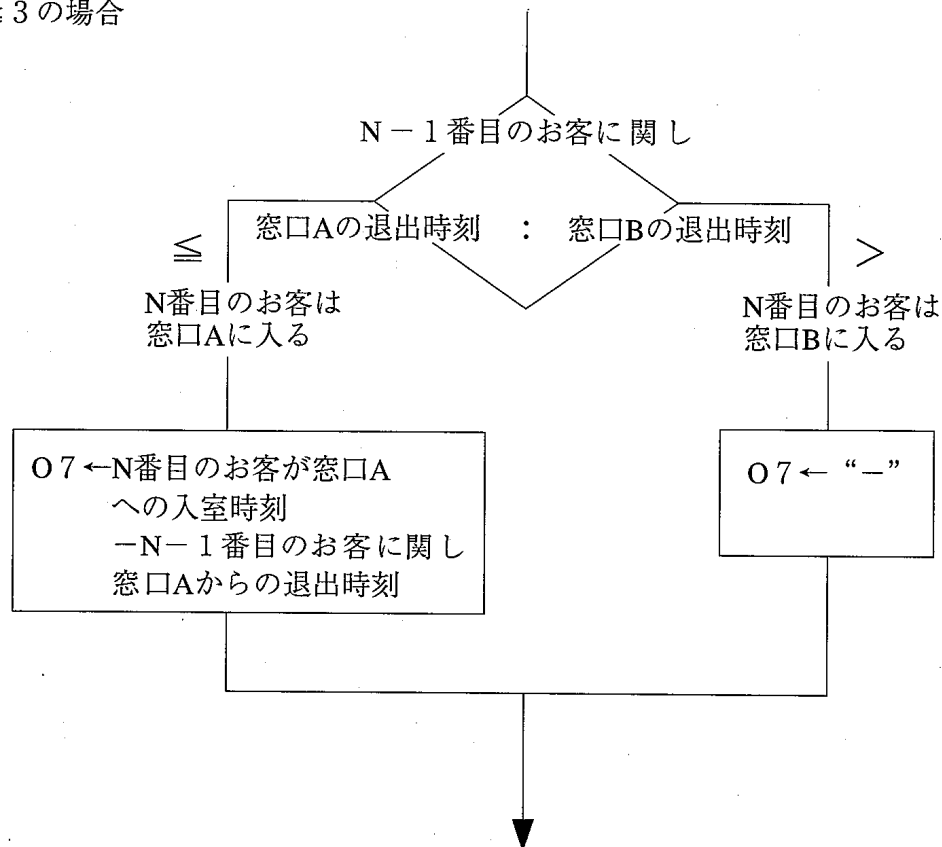
まずどちらの窓口に入るか判定され、窓口 A ならば、遊休時間が計算される。この計算は、3 番目のお客が窓口 A に入った時刻から 2 番目のお客に関する窓口 A からの退出時刻を引けばよい訳である。またもし 3 番目のお客が窓口 B に入るなら、ここは窓口 A に関するものなので、“-”を入れて

おくことにする。詳細は、次のフローチャートを参照されたい。セル O7 は、 $N=3$ の場合となる。

セル O7 \leftarrow IF ($R6 \leq T6$, $Q7 - R6$, “-”)

セル O7 以降の入力

$N \geq 3$ の場合

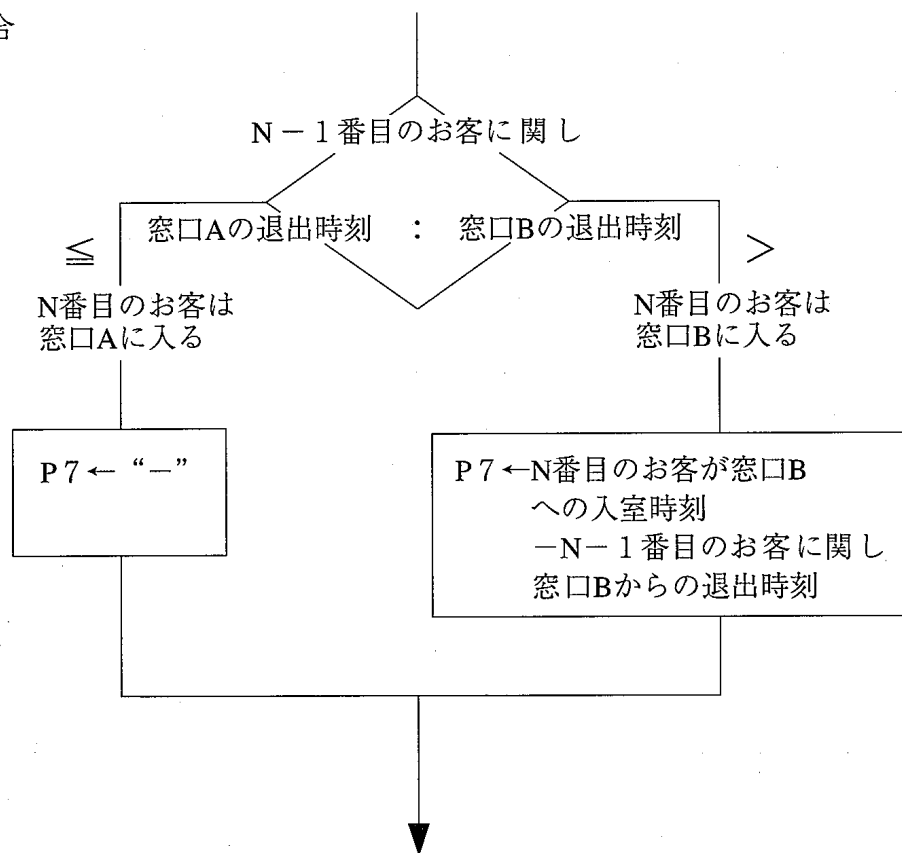


②④ セル P7: 3番目のお客に関する窓口 B の遊休時間

まずどちらの窓口に入るか判定され、窓口 A ならば、ここは窓口 B に関するものなので、“-”を入れておくこと②③と同じである。窓口 B ならば、遊休時間が計算される。この計算は、3番目のお客が窓口 B に入った時刻から 2番目のお客に関わる窓口 B からの退出時刻を引けばよい訳である。詳細は、次ページのフローチャートを参照されたい。セル P7 は、 $N=3$ の場合となる。

セル P7 \leftarrow IF ($R6 \leq T6$, “-”, $S7 - T6$)

セル P7 以降の入力

 $N \geq 3$ の場合

以上が各列の先頭行となる数式入力の手順である。各列の後続行の数式は、先頭行を最終行（34行）まで数式コピーすればよい。すなわち、

- セル L8 以降は、セル L7 を数式コピー、
- セル M8 以降は、セル M7 を数式コピー、
- セル N6 以降は、セル N5 を数式コピー、
- セル O8 以降は、セル O7 を数式コピー、
- セル P8 以降は、セル P7 を数式コピー、
- セル Q8 以降は、セル Q7 を数式コピー、
- セル R8 以降は、セル R7 を数式コピー、
- セル S8 以降は、セル S7 を数式コピー、
- セル T8 以降は、セル T7 を数式コピー、

である。ただし、O列とP列の最終セルについては、これは一種の例外処理と

して、最終行に特有の処理を施しておけばなおさらよいと思われる。つまりどういうことかと言えば、本シミュレーションが考察対象とする時間軸の範囲として、“時刻0から最後のお客が窓口から退出する時刻まで”と考えるのである。これはどこに影響してくるかであるが、窓口Aの遊休時間（O列）では、最終のお客が窓口Aに入れば、通常の処理、つまり前客に関わる窓口Aからの退出時刻と最終番のお客の窓口Aへの入室時刻の差として計算すればよいのであるが、もし窓口Bに入ったならば、ここはダミー“-”ではなく、最終番のお客に関わる窓口Aと窓口Bの退出時刻の差、として表示されることになる。

窓口Bの遊休時間（P列）に関しても、上と同様のロジックが当てはまる。なおよりビジュアルな（分かり易い）説明としては、次ページ、次々ページのフローチャートを参照されたい。

入力の数式は次の通りとなる。

セルO34 ←

= IF (R33 <= T33, Q34-R33, IF (R34 <= T34, T34-R34, R34-T34))

セルP34 ←

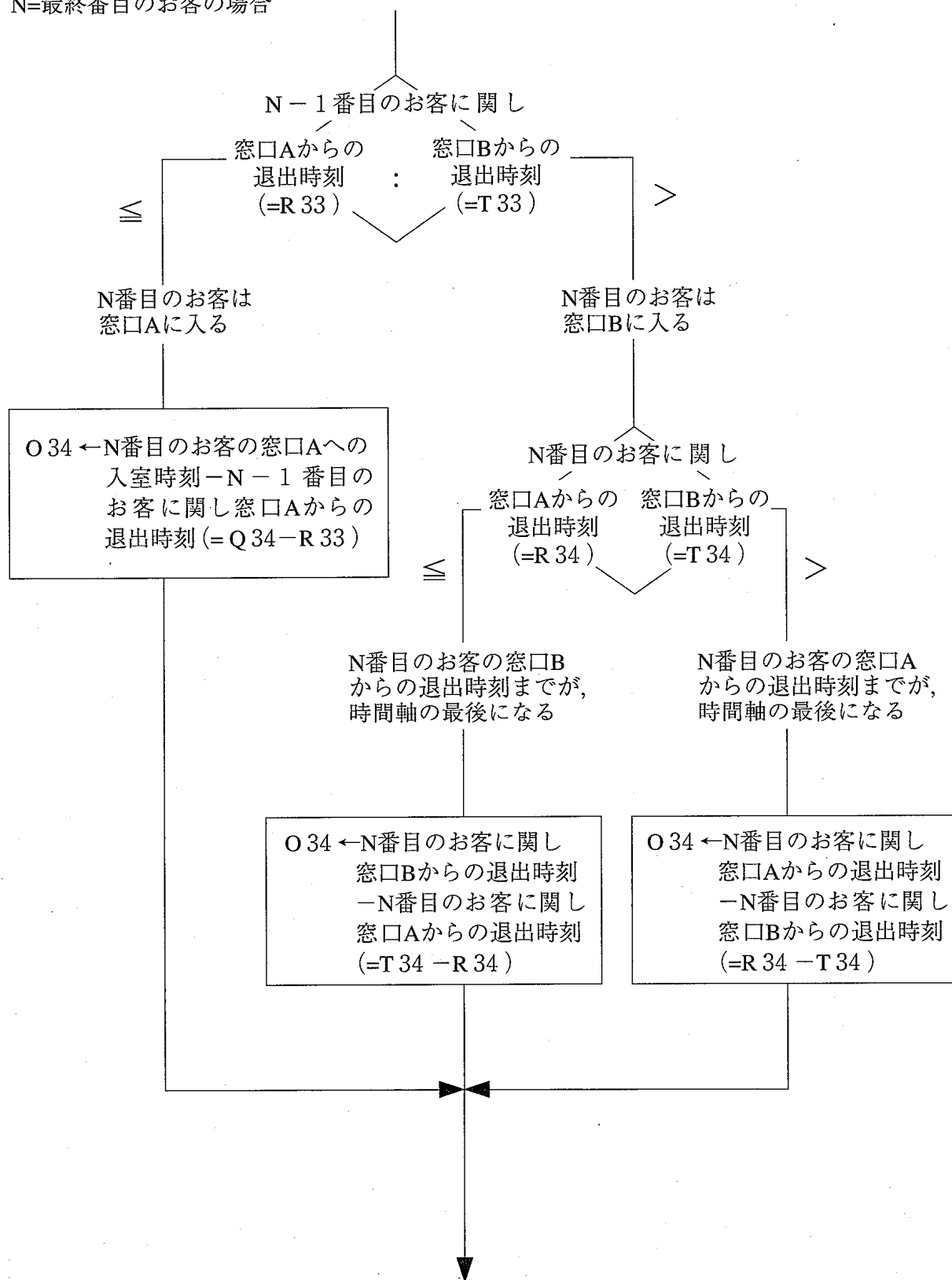
= IF (R33 <= T33, IF (R34 <= T34, T34-R34, R34-T34), S34-T33)

サービス窓口が二つの場合のシミュレーション・シートの作表の締め括りとして、この後の集計・解析に必要なため、35行、36行に図に示したように、系（ここでは、お客1からお客30まで）全体における、待ち時間（N列）、窓口Aの遊休時間（O列）、窓口Bの遊休時間（P列）の合計、平均の関数を入力しておく。

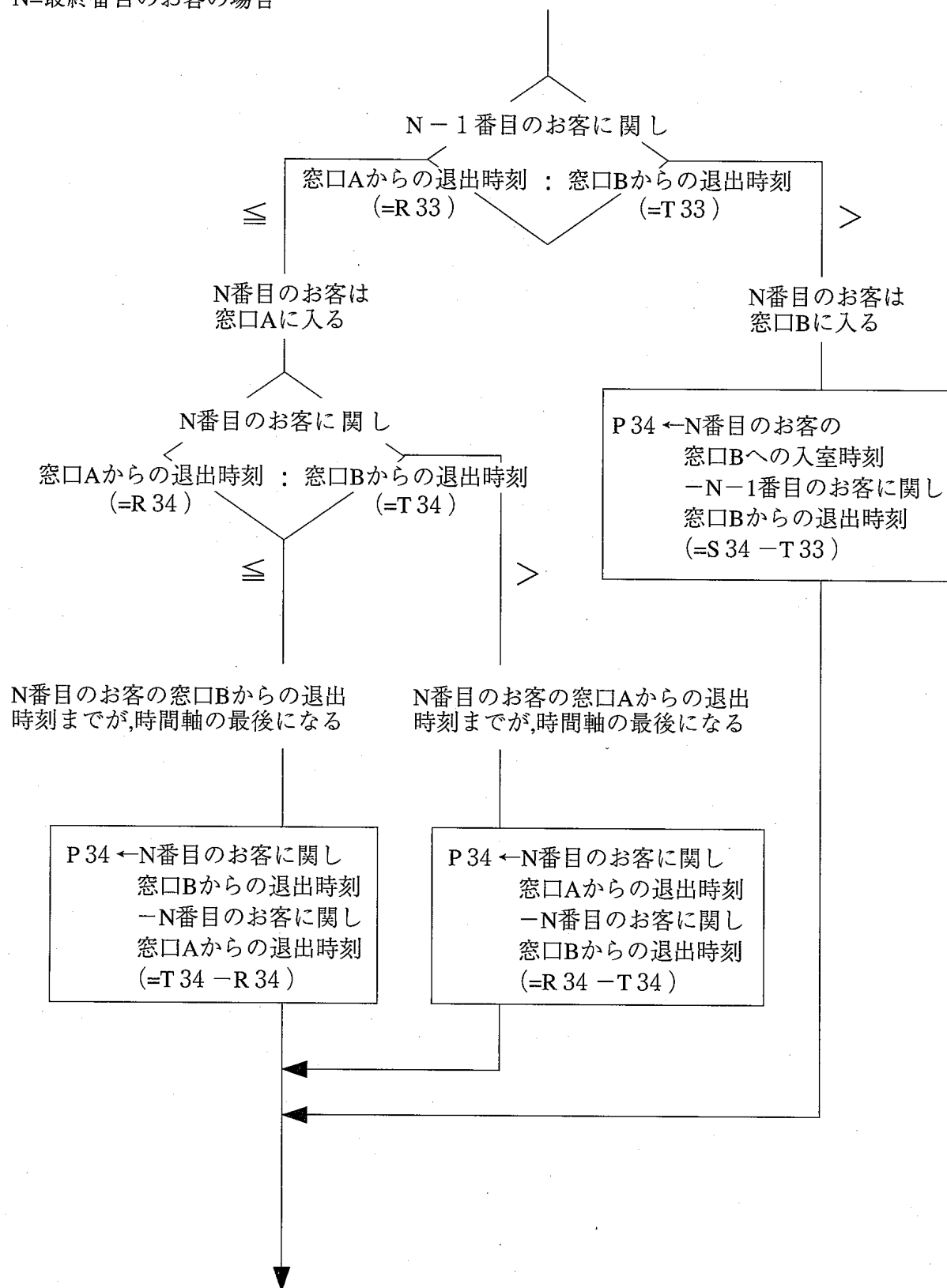
以上で、われわれの目的であった待ち行列のシミュレーション（モンテカルロ法）——サービス窓口一つの場合、窓口二つの場合共に——のシート作表は完了を見た。

セル O 34 の入力

N=最終番目のお客の場合



N=最終番目のお客の場合



Ⅲ 実行と若干の考察

後続のページに今作成したシミュレーション（モンテカルロ法）を用いての実行結果の一例を掲げている。実行する度に、毎回違った乱数が発生されるので、全てのお客毎に全く同一の実行結果などはありません。それは当然なのであるが、大事なポイントとしては、全体としてどうか、ということである。結果を見てみよう。窓口一つの場合、お客の待ち行列の長さ（待ち時間の計）は、合計 703 時間（平均 23.43 時間）であり、一方窓口の遊休時間は、合計 1 時間（平均 0.03 時間）となっている。待ち時間が累積的に大きくなり窓口一つではもはや対応不可能である、と結論付けるとしても異論ないところであろう。

一方、窓口を二つにするとどうなるか。お客の待ち時間の長さ（待ち時間の計）は、合計 29 時間（平均 0.97 時間）であり、窓口を一つ増やすことによりお客へのサービスの観点からは格段に改善されている。しかし、一方で窓口の遊休時間は 2 つの計で 33 時間であり、こちらは経営サイドからは問題点の種となるのかも知れない…。と言うような分析をすることになる。

ところで、このようなシミュレーション（モンテカルロ法）にとって、その前提ともいうべき最も基本的なこととして、生成された乱数の適合性についてである。つまり我々の例で言えば、乱数はばらつきの程度も良く、したがって、到着時間間隔およびサービス時間の発生の不規則性において、また全体の出現頻度においても、予め狙っていた出現確率にどの程度適合しているか、目的に充分耐え得るものであるかどうかである。本稿では本テーマは深くは言及しないが、ここでは到着時間間隔、サービス時間のそれぞれの出現頻度の度数分布表およびヒストグラムを作成しておいた。どの程度適合しているかについて、直感的な把握のためなら当座の役には立つことだろう。次々ページの表 1-3 および表 2-3 が度数分布表でその隣にヒストグラムを描いておいた。

なお、補足しておけば、度数分布表の作成には、FREQUENCY 関数で配列数式を入力しておく。こうすることによって、シミュレーション実行の度ごと

		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
サービス窓口のシミュレーション(モンテカルロ法)																					
試行回数	乱数	窓口が一つの場合										窓口が二つの場合									
		サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の待ち時間	サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の待ち時間	サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の待ち時間	サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の待ち時間	サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の待ち時間
1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	64	3	4	21	2	7	9	3	0	4	6	0	0	4	6	0	0	4	6	0	0
3	30	1	5	28	2	9	11	4	0	6	8	1	1	6	8	1	1	6	8	1	1
4	41	2	7	52	3	11	14	4	0	7	10	0	0	7	10	0	0	7	10	0	0
5	10	1	8	39	3	14	17	6	0	8	11	0	0	8	11	0	0	8	11	0	0
6	63	2	10	79	5	17	22	7	0	10	15	0	0	10	15	0	0	10	15	0	0
7	47	2	12	12	2	22	24	10	0	12	14	0	0	12	14	0	0	12	14	0	0
8	57	3	15	98	6	24	30	9	0	15	21	0	0	15	21	0	0	15	21	0	0
9	4	1	16	90	6	30	36	14	0	16	22	0	1	16	22	0	1	16	22	0	1
10	28	1	17	55	4	35	40	19	0	21	25	4	0	21	25	4	0	21	25	4	0
11	22	1	18	53	3	40	43	22	0	22	25	4	0	22	25	4	0	22	25	4	0
12	71	3	21	91	6	43	49	22	0	25	31	4	0	25	31	4	0	25	31	4	0
13	66	3	24	61	4	49	53	25	0	25	29	1	1	25	29	1	1	25	29	1	1
14	4	1	25	78	5	53	58	28	0	29	34	4	0	29	34	4	0	29	34	4	0
15	52	2	27	4	1	58	59	31	0	31	32	4	0	31	32	4	0	31	32	4	0
16	44	2	29	74	5	59	64	30	0	32	37	3	0	32	37	3	0	32	37	3	0
17	49	2	31	11	2	64	66	33	0	34	35	3	0	34	35	3	0	34	35	3	0
18	77	4	35	6	2	66	68	31	0	36	38	1	1	36	38	1	1	36	38	1	1
19	76	4	39	74	5	68	73	29	0	39	44	0	0	39	44	0	0	39	44	0	0
20	64	3	42	52	3	73	76	31	0	42	45	0	0	42	45	0	0	42	45	0	0
21	77	4	46	94	7	76	83	30	0	46	53	0	0	46	53	0	0	46	53	0	0
22	92	5	51	14	2	83	85	32	0	51	53	0	0	51	53	0	0	51	53	0	0
23	45	2	53	44	3	85	88	32	0	53	56	0	0	53	56	0	0	53	56	0	0
24	6	1	54	23	2	88	90	34	0	54	56	0	0	54	56	0	0	54	56	0	0
25	44	2	56	56	3	90	93	34	0	56	59	0	0	56	59	0	0	56	59	0	0
26	35	2	58	25	2	93	95	35	0	58	60	0	0	58	60	0	0	58	60	0	0
27	47	2	60	63	4	95	99	35	0	60	64	0	1	60	64	0	1	60	64	0	1
28	4	1	61	6	2	99	101	38	0	61	64	0	0	61	64	0	0	61	64	0	0
29	60	2	63	2	1	101	102	38	0	63	64	0	0	63	64	0	0	63	64	0	0
30	62	2	65	63	4	102	106	37	0	65	69	0	1	65	69	0	1	65	69	0	1
合計		703	1			合計		29	8	25				合計		29	8	25			
平均		23.43	0.03			平均		0.97	0.57	1.47				平均		0.97	0.57	1.47			

到着時間間隔 サービス時間 乱数割当表 および実現値度数分布表

表1-1 お客の到着時間間隔の確率分布

到着時間 (分)	確率	乱数
1	0.33	00~32
2	0.31	33~63
3	0.11	64~74
4	0.10	75~84
5	0.09	85~93
6	0.06	94~99

表1-2 お客の到着時間間隔の乱数割当

乱数	到着時間 (分)
0	1
33	2
64	3
75	4
85	5
94	6

表1-3 お客の到着時間間隔の度数分布表

到着時間 (分)	度数	相対度数
1	9	0.30
2	12	0.40
3	5	0.17
4	3	0.10
5	1	0.03
6	0	0.00
合 計	30	1.00

到着時間間隔 度数分布(比較)表

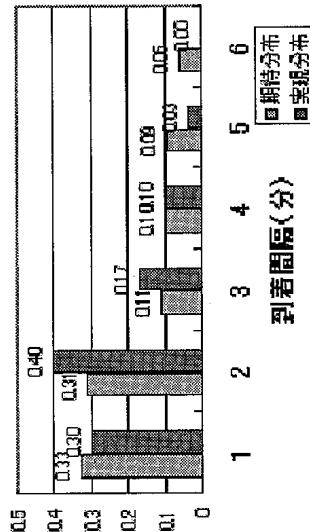


表2-1 サービス時間の確率分布

サービス時間 (分)	確率	乱数
1	0.05	00~04
2	0.34	05~38
3	0.20	09~58
4	0.13	59~71
5	0.11	72~82
6	0.10	83~92
7	0.07	93~99

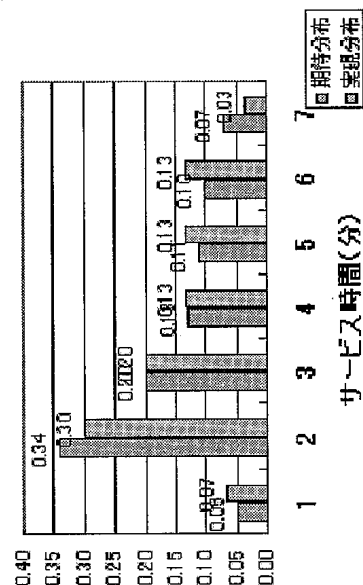
表2-2 サービス時間の乱数割当表

乱数	サービス時間 (分)
0	1
5	2
39	3
59	4
72	5
83	6
93	7

表2-3 サービス時間の度数分布表

サービス時間 (分)	度数	相対度数
1	2	0.07
2	9	0.30
3	6	0.20
4	4	0.13
5	4	0.13
6	4	0.13
7	1	0.03
合 計	30	1.00

サービス時間 度数分布(比較)表



A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T						
サービス窓口のシミュレーション(モンテカルロ法)																									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20						
																				21	22	23	24	25	26
お客	乱数	到着時間	到着時刻	乱数	サービス時間	窓口が一つの場合					窓口が二つの場合					窓口A					窓口B				
						サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の空休時間	サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の空休時間	サービス開始時刻	サービス終了時刻	待ち時間	窓口の空休時間	入室時刻	退室時刻						
1	74	3	68	4	3	7	0	3	3	7	0	3	3	7	0	3	3	7	7	12					
2	54	2	93	7	7	14	2	0	5	12	0	5	12	0	5	12	5	12	7	5					
3	34	2	86	6	14	20	7	0	7	13	0	7	13	0	7	13	7	13	13	5					
4	4	1	87	6	20	26	12	0	12	18	4	12	18	4	12	18	0	18	7	12					
5	38	2	62	4	26	30	16	0	13	17	3	13	17	3	13	17	0	17	13	18					
6	5	1	11	2	30	32	19	0	17	19	6	17	19	6	17	19	0	19	17	12					
7	97	6	17	29	2	34	15	0	18	20	1	18	20	1	18	20	0	20	19	18					
8	23	1	18	9	2	36	16	0	19	21	1	19	21	1	19	21	0	21	21	20					
9	32	1	19	90	6	42	17	0	20	26	1	20	26	1	20	26	0	26	21	26					
10	57	3	22	97	7	49	20	0	22	29	0	22	29	0	22	29	0	29	21	20					
11	67	3	25	99	7	56	24	0	26	33	1	26	33	1	26	33	1	33	29	26					
12	57	3	28	48	3	59	28	0	29	32	1	29	32	1	29	32	0	32	29	26					
13	78	4	32	78	5	64	27	0	32	37	0	32	37	0	32	37	0	37	32	26					
14	32	1	33	13	2	66	31	0	33	35	0	33	35	0	33	35	0	35	32	26					
15	45	2	35	22	2	68	31	0	35	37	0	35	37	0	35	37	0	37	32	26					
16	81	4	39	83	6	74	29	0	39	45	0	39	45	0	39	45	0	45	32	26					
17	77	4	43	59	4	78	31	0	43	47	0	43	47	0	43	47	0	47	32	26					
18	57	2	45	71	4	82	33	0	45	49	0	45	49	0	45	49	0	49	32	26					
19	25	1	46	85	6	88	36	0	46	51	1	46	51	1	46	51	0	51	32	26					
20	50	2	48	9	2	90	40	0	48	54	1	48	54	1	48	54	0	54	32	26					
21	41	2	50	46	3	93	40	0	50	55	1	50	55	1	50	55	0	55	32	26					
22	9	1	51	23	2	95	42	0	51	56	2	51	56	2	51	56	0	56	32	26					
23	57	2	53	30	2	97	42	0	53	57	1	53	57	1	53	57	0	57	32	26					
24	82	4	57	35	2	99	40	0	54	59	0	54	59	0	54	59	0	59	32	26					
25	17	1	58	51	3	102	41	0	55	61	0	55	61	0	55	61	0	61	32	26					
26	70	3	61	69	4	106	41	0	56	62	0	56	62	0	56	62	0	62	32	26					
27	97	6	67	31	2	108	39	0	57	63	0	57	63	0	57	63	0	63	32	26					
28	31	1	68	45	4	111	40	0	58	64	0	58	64	0	58	64	0	64	32	26					
29	30	1	69	48	3	114	42	0	59	65	0	59	65	0	59	65	0	65	32	26					
30	98	6	75	85	6	120	39	0	60	66	0	60	66	0	60	66	0	66	32	26					
合計=					840					合計=					合計=					合計=					
平均=					28.00					平均=					平均=					平均=					
0.10					0.10					0.10					0.10					0.10					
24					24					24					24					24					
23					23					23					23					23					
1.35					1.35					1.35					1.35					1.35					
0.80					0.80					0.80					0.80					0.80					
1.57					1.57					1.57					1.57					1.57					

にアップ・ツー・デートな度数分布表が更新されて示され、またヒストグラムも同様である。

以上の待ち行列のシミュレーション（モンテカルロ法）——サービス窓口が一つの場合、二つの場合——について述べてきた。上述のようにC列、F列は乱数生成の関数が入力されており、これで何回か実行（シミュレート）を繰り返すことになる訳である。これがオーソドックスな使用方法であるが、やや試用的な意味でこのところに、乱数表などで読み取られた独自の乱数値を手動で入力することも出来る。前ページは、その例であるが、ここでは参考文献[1]の乱数値を入力してみた。実行結果は、[1]の結果にピッタリ一致している。期せずして debug の目的も果たせた。

以 上

参 考 文 献

- [1] 宮川公男, 野々山隆幸, 佐藤修著『入門経営科学』(実教出版株式会社), 1999年4月 p.181