

投資のタイミングと競争

—— 非対称情報下でのリアル・オプション分析 ——

井 上 修 一

は じ め に

リアル・オプション法は様々な分野に応用されているが、特に Smit and Ankum (1993), Joapuin and Butler (2000), Huisman (2001) はリアル・オプション法にゲームの理論を融合させ、戦略的な投資タイミングの決定について考察した。オプションの権利行使を競争相手と共有する場合は、競争が存在せず独占的にオプションを行使できる場合と比較して、最適な投資実行のタイミングが早まると上述の先行研究は指摘している。

Grenadier and Wang (2005) はプリンシパル－エージェントの枠組みにリアル・オプション法を適用し、エージェントが私的情報を保有する場合と保有しない場合を比較し、プリンシパルの最適な投資のタイミングが情報の非対称性によってどう変化するのかを分析した。そして彼らは情報の非対称性がプリンシパルの投資のタイミングを遅らせると指摘した¹⁾。

伊藤 (2003) は情報に非対称性があるプリンシパル－エージェント関係において、私的情報を保有する複数のエージェントに競争をさせると、競争がない場合と比較して、インセンティブ問題によって発生する情報レントを軽減できると指摘している²⁾。

1) 本来、エージェントが私的情報を保有していなければ投資すべき時点であるのに、情報の非対称性によって投資できないというのは非効率である。

2) 伊藤 (2003, 第 3.1.1 節) を参照。

本稿ではアドバース・セレクションを想定し、複数のエージェントによる競争がプリンシパルの投資タイミングや投資のオプション価値にどのような影響を与えるのかについて考察する。

1 モデルの設定

Grenadier and Wang (前掲)と同様のモデル設定を行う。プリンシパル(投資家)は投資オプションを保有しており、プロジェクトの実行をエージェント(経営者)に依頼する。時点 t でプロジェクトを実行した場合に得られるキャッシュは $P(t)$ であり、幾何ブラウン運動にしたがうものとする。

$$dP(t) = \alpha P(t)dt + \sigma P(t)dz(t)$$

ここで α はドリフト項で、 σ は拡散項である。また $z(t)$ は標準ウィナー過程である。 $P(0)=P_0$ を時点0で投資を実行した場合のキャッシュとする。リスクフリーレートを r とし、 $r > \alpha$ を仮定する³⁾。プロジェクトに必要な投資費用は I とする。

経営者がプロジェクトを実行するのにかかる費用は θ とする。経営者のタイプは θ_1 か θ_h のどちらかであり、 $0 < \theta_1 < \theta_h$ とする。つまりタイプ θ_1 の方が少ない費用で実行できるので効率的である。また経営者のタイプについては経営者のみが知っており、投資家には観察できないという情報の非対称性を仮定する⁴⁾。ただし経営者は確率 q でタイプ θ_1 、確率 $(1-q)$ でタイプ θ_h であることを投資家は知っており、またこのことを経営者も知っているとする。

意思決定の順序を以下のように仮定する。

時点0

- 1) 投資家が経営者に「キャッシュが \bar{P} の値に到達したとき、投資を実行すれば、 $w\bar{P}$ を支払う」という契約を提示する(ただし $w < 1$)。

3) $r > \alpha$ についての詳細は川口他(2002, p.172)を参照。

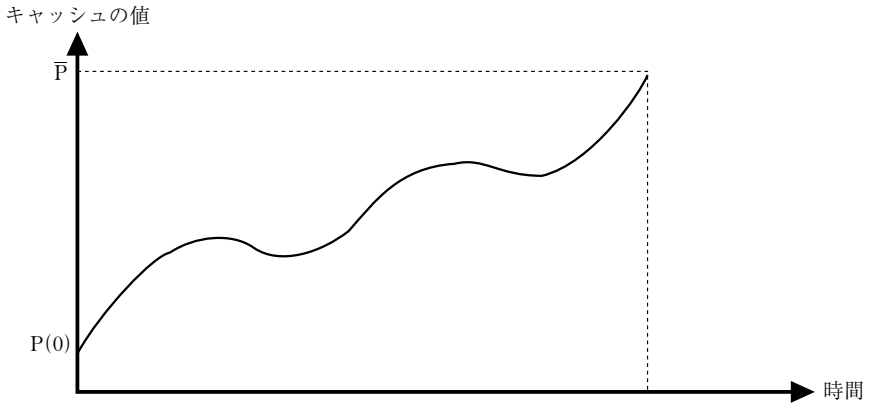
4) このような状況はアドバース・セレクションと呼ばれる。

キャッシュが \bar{P} の値に到達した時点

- 2) 経営者が投資のアナウンスをする。
- 3) 投資家が経営者に I を出資する。
- 4) 経営者が費用 θ で投資を実行する。
- 5) 投資家が経営者に報酬 $w\bar{P}$ を支払う。

投資家は経営者にどのような契約 $(\bar{P}, w\bar{P})$ を提示すればよいのだろうか。

モデルのタイムライン



時点 0

- 1) 投資家が契約を提示

\bar{P} に到達した時点

- 2) 経営者がアナウンス
- 3) 投資家が出資
- 4) 経営者が θ で投資を実行
- 5) 投資家が経営者に報酬を支払う

2 ベンチマーク

ベンチマークとして経営者のタイプが私的情報ではなく、投資家にも観察できる場合を考える。投資家がタイプ θ_i の経営者に提示する契約は次の問題を解けばよい ($i = 1, h$)。

$$\begin{aligned} & \max_{(P_i, w_i)} \{(1-w_i)P_i - I\} (P_0/P_i)^\beta \\ & \text{subject to} \\ & (w_i P_i - \theta_i) (P_0/P_i)^\beta \geq 0 \end{aligned}$$

ここで

$$\beta = 1/\sigma^2 \times \left[-(\alpha - \sigma^2/2) + \{(\alpha - \sigma^2/2)^2 + 2r\sigma^2\}^{1/2} \right] (> 1)$$

であり, $(P_0/P_i)^\beta$ はキャッシュが P_i に到達した時点から時点0までの割引率である⁵⁾。ベンチマークの解は次のようになる。

$$P_i^f = \beta/(\beta-1) \times (I + \theta_i)$$

$$w_i^f P_i^f = \theta_i$$

投資家が経営者に指示する投資のタイミング \bar{P} と報酬 $w\bar{P}$ には, $P_i^f < P_h^f$, $w_i^f P_i^f < w_h^f P_h^f$ の関係が成立する。

3 アドバース・セレクションと投資のタイミング

以降, 投資家は経営者のタイプを観察することはできないが, それぞれのタイプに応じた2つの契約 $(P_i, w_i P_i)$, $(P_h, w_h P_h)$ を用意し提示するものとする。仮にアドバース・セレクションで, 投資家がベンチマークの契約 $(P_i^f, w_i^f P_i^f)$, $(P_h^f, w_h^f P_h^f)$ を提示したとしよう。このとき経営者は投資家に虚偽のアナウンスを行う可能性がある⁶⁾。そこで経営者が虚偽のアナウンスを行わないように, 投資家は新たな契約を作成しなくてはならない。

5) Karlin and Taylor (1975, p. 364) を参照。

6) 投資家が $(P_i^f, w_i^f P_i^f)$, $(P_h^f, w_h^f P_h^f)$ を時点0で提示するとしよう。このとき経営者 θ_i が $(P_h^f, w_h^f P_h^f)$ を選択すると,

$$(w_h^f P_h^f - \theta_i) (P_0/P_h^f)^\beta > (w_i^f P_i^f - \theta_i) (P_0/P_i^f)^\beta = 0$$

が成立する (ベンチマークの最大化問題で参加制約は等号で成立する)。つまり経営者 θ_i には P_i^f ではなく, P_h^f において投資のアナウンスを行うインセンティブが働く。一方, 経営者 θ_h には P_i^f においてアナウンスを行うインセンティブは働かない。

$$\max_{(P_1, w_1)} q \{(1-w_1)P_1 - I\} (P_0/P_1)^\beta + (1-q) \{(1-w_h)P_h - I\} (P_0/P_h)^\beta \dots\dots\dots ①$$

subject to

$$(w_1 P_1 - \theta_1) (P_0/P_1)^\beta \geq 0$$

$$(w_h P_h - \theta_h) (P_0/P_h)^\beta \geq 0$$

$$(w_1 P_1 - \theta_1) (P_0/P_1)^\beta \geq (w_h P_h - \theta_h) (P_0/P_h)^\beta$$

$$(w_h P_h - \theta_h) (P_0/P_h)^\beta \geq (w_1 P_1 - \theta_h) (P_0/P_1)^\beta$$

解は次のようになる⁷⁾。ただし $\Delta\theta = \theta_h - \theta_1$ である。

$$P_1 = \beta/(\beta-1) \times (I + \theta_1)$$

$$P_h = \beta/(\beta-1) \times \{(I + \theta_h) + q/(1-q) \times \Delta\theta\}$$

$$w_1 P_1 = \theta_1 + \Delta\theta (P_1/P_h)^\beta$$

$$w_h P_h = \theta_h$$

投資のタイミングには $P_1^f = P_1 < P_h^f < P_h$ の関係が成立する。また報酬には $w_1^f P_1^f < w_1 P_1$, $w_h^f P_h^f = w_h P_h$ が成立する。よって経営者 θ_h にはベンチマークよりも遅いタイミングで投資させることになる。また経営者 θ_i はベンチマークと比較すると $\Delta\theta (P_1/P_h)^\beta$ の追加的な利得を得ている。これは情報レントと呼ばれるものである⁸⁾。

4 エージェントの競争

先行研究によれば、競争を考慮すると、投資のオプション価値は減少し、投資実行のタイミングは早まる⁹⁾。伊藤（前掲，第3.1.1節）は、私的情報を保有する複数のエージェントに競争をさせると、情報レントを軽減することができ

7) 付論を参照。

8) 経営者 θ_h のタイミングを遅らせることで、投資家は経営者 θ_1 に支払うレントを小さくさせていると考えることができる。

ると指摘している。そこで伊藤を応用し、限定的な競争ではあるが、情報の非対称性に起因する投資タイミングの遅れを緩和できないかを考察する。

4.1 2人のエージェントによる競争

投資家が経営者1か経営者2のどちらか一方を選抜し、投資の依頼をするという競争を考える。プロジェクトの内容や経営者については第1節と同じである。意思決定の順序を次のように仮定する。

時点0

- 1) 投資家が経営者1, 2に契約と選抜ルールを提示する。

キャッシュが \bar{P} の値に到達した時点

- 2) 経営者1, 2のどちらか一方が（あるいは同時に）投資のアナウンスをする。
- 3) 投資家が選抜ルールによってどちらか一方を指名する。
- 4) 投資家が指名した経営者に I を出資する。
- 5) 経営者が費用 θ で投資を実行する。
- 6) 投資家が経営者に報酬を支払う。

さらに経営者2のタイプが θ_h であることは皆が知っているが、経営者1のタイプについては経営者1のみが知っているものとする。そしてこのことを皆が知っているものとする。

投資家は経営者1, 2に $\{(P_{ih}, w_{ih}^1 P_{ih}), (P_{hi}, w_{hi}^2 P_{hi})\}$, $i=1, h$ を提示するものとしよう。ここで $(P_{ih}, w_{ih}^1 P_{ih})$ は、経営者1が P_i 、経営者2が P_h で投資

9) Joapuin and Butler (2000), Smit and Ankum (1993)で想定されている競争は、本稿だと複数プリンシパルによる競争と捉えることができる。ここでは複数エージェントによる競争を考える。

のアナウンスを行った場合に、経営者1が選抜されたときの契約である。 $(P_{hi}, w_{hi}^2 P_{hi})$ についても同様である。また投資家が提示する選抜ルールを次のように仮定する。投資のアナウンスが (P_i, P_h) のときに経営者1（あるいは2）が選ばれる確率を S_{ih}^1 （あるいは S_{hi}^2 ）で表し、 $S_{hh}^1 = S_{hh}^2 = 0.5$ 、 $S_{ih}^1 = 1$ 、 $S_{ih}^2 = 0$ とする。つまり二人とも P_h でアナウンスをすると選ばれる確率はそれぞれ0.5であるが、経営者1が P_1 でアナウンスすると経営者1が確実に選ばれるのである。以上の設定で投資家が提示すべき契約は次の問題を解くことで得られる¹⁰⁾。

$$\max_{(P_i, w_i)} q \{ (1 - w_{ih}^1) P_{ih} - I \} (P_0/P_{ih})^\beta + 0.5(1-q) \{ (1 - w_{hh}^1) P_{hh} - I \} (P_0/P_{hh})^\beta \\ + 0.5(1-q) \{ (1 - w_{hh}^2) P_{hh} - I \} (P_0/P_{hh})^\beta \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

subject to

$$\begin{aligned} (w_{ih}^1 P_{ih} - \theta_1) (P_0/P_{ih})^\beta &\geq 0 \\ 0.5(w_{hh}^1 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta &\geq 0 \\ 0.5(w_{hh}^2 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta &\geq 0 \\ (w_{ih}^1 P_{ih} - \theta_1) (P_0/P_{ih})^\beta &\geq 0.5(w_{hh}^1 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta \\ 0.5(w_{hh}^1 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta &\geq (w_{ih}^1 P_{ih} - \theta_1) (P_0/P_{ih})^\beta \end{aligned}$$

最大化問題の解は次のようになる¹¹⁾。

$$\begin{aligned} P_{ih} &= \beta/(\beta-1) \times (I + \theta_1) \\ P_{hh} &= \beta/(\beta-1) \times \{ (I + \theta_h) + q/(1-q) \times 0.5\Delta\theta \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{ih}^1 P_{ih} &= \theta_1 + 0.5\Delta\theta (P_{ih}/P_{hh})^\beta \\ w_{hh}^1 P_{hh} &= w_{hh}^2 P_{hh} = \theta_h \end{aligned}$$

投資のタイミングを比較すると $P_1^i = P_1 = P_{ih}$ 、 $P_h^i < P_{hh} < P_h$ の関係が成立す

10) 詳細については伊藤（前掲，第3.1.1節）を参照。

11) 第2.3節における最大化問題と同様の手法により導くことができる。

る。また報酬には $w_1^f P_1^f < w_{1h}^1 P_{1h} < w_1 P_1$, $w_h^f P_h^f = w_h P_h = w_{hh}^1 P_{hh} = w_{hh}^2 P_{hh}$ が成立する。よって限定的な競争ではあるが、経営者 θ_h に指示する投資タイミングの遅れを緩和できることが明らかになった。

最後に投資家のオプション価値である目的関数①式と②式を比較すると、②式の方が大きいことがわかる¹²⁾ つまり私的情報を保有するエージェントに競争をさせると、プリンシパルの投資のオプション価値は増加するのである。

4.2 n 人のエージェントによる競争

さらに拡張して n 人のエージェントによる競争を考える。モデルの設定は 2 人の経営者による競争と同じである。経営者 N ($N = 2, 3, \dots, n$) のタイプが θ_h であることは皆が知っているが⁸⁾、経営者 1 のタイプについては経営者 1 のみが知っているものとする。またこのことを皆が知っているものとする。投資家は経営者 1, 2, 3, ..., n に $\{(P_{1h}, w_{1h}^1 P_{1h}), (P_{hi}, w_{hi}^N P_{hi})\}$, $i = 1, h, N = 2, 3, \dots, n$ を提示する。選抜ルールは、それぞれの経営者 1, 2, ..., n によって行われる投資のアナウンスが (P_1, P_h, \dots, P_h) のときに、経営者 1 (あるいは N) が選ばれる確率を $S_{1h}^1 (S_{hh}^N)$ で表し、 $S_{hh}^1 = S_{hh}^N = 1/n$, $S_{1h}^1 = 1$, $S_{hh}^N = 0$ とする。

$$\begin{aligned} \max_{(P_1, w_1)} \quad & q \{ (1 - w_{1h}^1) P_{1h} - I \} (P_0/P_{1h})^\beta + 1/n \times (1 - q) \{ (1 - w_{hh}^1) P_{hh} - I \} (P_0/P_{hh})^\beta \\ & + 1/n \times (1 - q) \{ (1 - w_{hh}^2) P_{hh} - I \} (P_0/P_{hh})^\beta \\ & \dots \\ & + 1/n \times (1 - q) \{ (1 - w_{hh}^n) P_{hh} - I \} (P_0/P_{hh})^\beta \dots \dots \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

subject to

$$\begin{aligned} & (w_{1h}^1 P_{1h} - \theta_1) (P_0/P_{1h})^\beta \geq 0 \\ & 1/n \times (w_{hh}^1 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta \geq 0 \\ & (w_{1h}^1 P_{1h} - \theta_1) (P_0/P_{1h})^\beta \geq 1/n \times (w_{hh}^1 P_{hh} - \theta_1) (P_0/P_{hh})^\beta \\ & 1/n \times (w_{hh}^1 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta \geq (w_{1h}^1 P_{1h} - \theta_h) (P_0/P_{1h})^\beta \end{aligned}$$

12) $\{(1-w)P-I\} (P_0/P)^\beta$ が凹関数であることから導くことができる。

$$1/n \times (w_{hh}^2 P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta \geq 0$$

...

$$1/n \times (w_{hh}^n P_{hh} - \theta_h) (P_0/P_{hh})^\beta \geq 0$$

制約式の最初の4本は経営者1の参加制約と誘因両立制約である。残りの $(n-1)$ 本は経営者2から経営者 n までの参加制約である。解は次のようになる¹³⁾。

$$P_{1h} = \beta/(\beta-1) \times (I + \theta_1)$$

$$P_{hh} = \beta/(\beta-1) \times \{(I + \theta_h) + q/(1-q) \times 1/n \times \Delta\theta\}$$

$$w_{1h}^1 P_{1h} = \theta_1 + 1/n \times \Delta\theta (P_{1h}^*/P_{hh}^*)^\beta$$

$$w_{hh}^1 P_{hh} = w_{hh}^N P_{hh} = \theta_h$$

競争するエージェントの人数 n が大きくなるにつれ、ベンチマークの契約に近づくことが分かる。

5 モデルの示唆

Grenadier and Wang (前掲) はモデルを使って、企業の投資のタイミングと株式価値の関係を説明している。これを本稿の第3節を用いて説明しよう。投資家は経営者のタイプを観察することはできないが、時間が経過し、キャッシュの値が P_1 に到達したとき、経営者が投資のアナウンスをすれば、投資家はタイプに関する良いニュースであると考え、一方、 P_1 に到達しても経営者のアナウンスがないならば、投資家はタイプに関する悪いニュースであると考え、つまり P_1 でのアナウンスが、経営者のタイプに関するシグナルとなっている。

13) これまでと同様の手法により導くことができる。

企業の株式価値は、 P_1 に到達したときに経営者によるアナウンスがあれば上方 (⑤式) に、アナウンスがなければ下方 (⑥式) にジャンプする。エージェントの競争を導入すると、ジャンプする範囲は大きくなる (上は⑧式から下は⑨式まで)。

では n 人のエージェントに競争をさせると、株式価値の反応はどのように変化するだろうか。

企業 1 の株式価値

$P_0 < P < P_{1h}$ の範囲では

$$q \{ (1 - w_{1h}^1) P_{1h} - I \} (P/P_{1h})^\beta + 1/n \times (1 - q) \{ (1 - w_{hh}^1) P_{hh} - I \} (P/P_{hh})^\beta \dots\dots\dots ⑦$$

P_{1h} に到達したとき

$$\text{経営者 1 のアナウンスあり ; } (1 - w_{1h}^1) P_{1h} - I \dots\dots\dots ⑧$$

$$\text{経営者 1 のアナウンスなし ; } 1/n \times \{ (1 - w_{hh}^1) P_{hh} - I \} (P_{1h}/P_{hh})^\beta \dots\dots\dots ⑨$$

④式と⑦式の大小は明らかでないが、エージェントの数 n が十分に大きいとき、⑤式 < ⑧式、⑨式 < ⑥式の関係が成立する。これはエージェントの競争によって、株式価値の変動幅が大きくなることを意味している。

結 論

本稿ではエージェントの私的情報がプリンシパルの投資のタイミングにどのような影響を及ぼすのか考察した。その結果、Grenadier and Wang (2005) と同様に、情報の非対称性はプリンシパルの投資のタイミングを遅らせることが分かった。次に非対称情報下で、限定的ではあるが複数のエージェントによる競争を導入した。するとエージェントの競争によって、プリンシパルの投資のタイミングと投資のオプション価値は改善されることが分かった。本稿で想定

したエージェントの競争は限定的なものであった。さらに一般的な状況を想定する必要がある。またモデルが示唆することを実証する必要もあろう。これらの点については今後の課題としたい。

付論 アドバース・セレクションでの最大化問題

$$\begin{aligned} \max_{(P_1, w_1)} \quad & q\{(1-w_1)P_1 - I\}(P_0/P_1)^\beta + (1-q)\{(1-w_h)P_h - I\}(P_0/P_h)^\beta \\ \text{subject to} \quad & \end{aligned}$$

$$(w_1P_1 - \theta_1)(P_0/P_1)^\beta \geq 0 \quad (\text{pc}_1)$$

$$(w_hP_h - \theta_h)(P_0/P_h)^\beta \geq 0 \quad (\text{pc}_h)$$

$$(w_1P_1 - \theta_1)(P_0/P_1)^\beta \geq (w_hP_h - \theta_1)(P_0/P_h)^\beta \quad (\text{ic}_1)$$

$$(w_hP_h - \theta_h)(P_0/P_h)^\beta \geq (w_1P_1 - \theta_h)(P_0/P_1)^\beta \quad (\text{ic}_h)$$

$$\begin{aligned} L \equiv & q\{(1-w_1)P_1 - I\}(P_0/P_1)^\beta + (1-q)\{(1-w_h)P_h - I\}(P_0/P_h)^\beta \\ & + \lambda_1(w_1P_1 - \theta_1)(P_0/P_1)^\beta + \lambda_2(w_hP_h - \theta_h)(P_0/P_h)^\beta \\ & + \lambda_3[(w_1P_1 - \theta_1)(P_0/P_1)^\beta - (w_hP_h - \theta_1)(P_0/P_h)^\beta] \\ & + \lambda_4[(w_hP_h - \theta_h)(P_0/P_h)^\beta - (w_1P_1 - \theta_h)(P_0/P_1)^\beta] \end{aligned}$$

とする。 $\partial L / \partial w_1 = 0$ より $q - q + \lambda_1 + \lambda_3 - \lambda_4 = 0$, $\partial L / \partial w_h = 0$ より $-(1-q) + \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 = 0$ となる。よって $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$, $\lambda_3 - \lambda_4 = q$ である。これより $\lambda_3 > 0$ なので (ic₁) は等号で成立する。ここで $\lambda_1 > 0$ とする。このとき

$$0 = (w_1P_1 - \theta_1)(P_0/P_1)^\beta \geq (w_hP_h - \theta_1)(P_0/P_h)^\beta > (w_hP_h - \theta_h)(P_0/P_h)^\beta \geq 0$$

となり (pc_h) に反する。よって $\lambda_1 = 0$ とならなければならない。 $\lambda_2 = 1$ であり, (pc_h) は等号で成立する。次に $\partial L / \partial P_1 = 0$, $\partial L / \partial P_h = 0$ より,

$$P_1 = \beta / (\beta - 1) \times (I + \theta_1 - \lambda_4 \times \Delta \theta / q)$$

$$P_h = \beta / (\beta - 1) \times \{I + \theta_h + \lambda_3 \times \Delta \theta / (1 - q)\}$$

となる。ただしここで $\Delta\theta = \theta_h - \theta_1$ である。 $\lambda_3 > 0$, $\lambda_4 \geq 0$ より $P_1 < P_h$ が成立する。最後に $(p_{ch}) = 0$ を $(ic_1) = 0$ に代入し整理すると,

$$w_1 P_1 = \theta_1 + \Delta\theta (P_1/P_h)^\beta$$

となる。上式と $(p_{ch}) = 0$, $P_1 < P_h$ より

$$[(w_h P_h - \theta_h)(P_0/P_h)^\beta - (w_1 P_1 - \theta_h)(P_0/P_1)^\beta] > 0$$

となるので $\lambda_4 = 0$ でなくてはならない。よって $\lambda_3 = q$ となる。

参 考 文 献

- 伊藤秀史 (2003) 『契約の経済理論』有斐閣
- 今井潤一 (2004) 『リアル・オプション』中央経済社
- 山口浩 (2002) 『リアル・オプションと企業経営』エコノミスト社
- Amram, M. and N. Kulatilaka (1999) *Real Options : Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press. (邦訳：石原雅行他訳 (2001) 『リアル・オプション：経営戦略の新しいアプローチ』東洋経済新報社)
- Copeland, T. and V. Antikarov (2001) *Real Options : A Practitioner's Guide*. New York, THXERE. (邦訳：栃本克之 (2002) 『決定版リアル・オプション：戦略的フレキシビリティと経営意思決定』東洋経済新報社)
- Dixit, A. K and R. S. Pindyck (2000) *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press (邦訳：川口有一郎他 (2002) 『投資決定理論とリアル・オプションー不確実性のもとでの投資ー』エコノミスト社)
- Grenadier, S. A and N. Wang (2005) "Investment timing, agency, and information" *Journal of Financial Economics*, 75, pp. 493-533
- Huisman, Kuno J. M (2001) *Technology and Investment : A Game Theoretic Real Options Approach*, Kluwer Academic Publishers
- Joapuin, D. C and K. C. Butler (2000) "Competitive Investment Decisions" *Project Flexibility, Agency, and Competition*, edited M. J. Brennan and L. Trigeogis, Oxford University Press
- S, Karlin and H. M. Taylor (1975) *A First Course In Stochastic Processes*, Academic Press Inc
- Smit, Han T. J. and L. A. Ankum (1993) "A Real Options and Game - Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy Under Competition" *Financial Management*, autumn
- Trigeogis, L (1996) *Real Options : Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*,

MIT Press (邦訳：川口有一郎他 (2001) 『リアル・オプション』 エコノミスト社)